

Cálculo 3 - Lista 2

Integrais Triplas

Calcule as integrais triplas

1. $\int_{\Omega} e^y dV$

Ω é a região limitada pelos planos $y = 1$, $z = 0$, $y = x$, $y = -x$ e $z = y$.

2. $\int_{\Omega} zy dV$

Ω é a região limitada superiormente pelo plano $z = 1$ e inferiormente pelo cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. $\int_{\Omega} xz dV$

Ω é a região no primeiro octante limitada superiormente pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, inferiormente pelo plano $z = 0$ e lateralmente pelos planos $x = 0$, $y = 0$ e pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

4. $\int_{\Omega} (3x + xz) dV$

Ω é a região limitada pelo plano $y = 0$, o cilindro $x^2 + z^2 = 9$ e o plano $y + z = 3$.

5. $\int_{\Omega} z dV$

Ω é a região limitada superiormente pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, inferiormente pelo plano $z = 0$ e lateralmente pelos planos $x = -1$, $x = 1$, $y = -1$ e $y = 1$.

Determine o volume das regiões a seguir

6. Ω é a região no primeiro octante limitada pelos planos $z = 10 + x + y$, $y = 2 - x$, $y = x$, $z = 0$ e $x = 0$.

7. Ω é a região limitada superiormente pelo parabolóide circular $z = 4(x^2 + y^2)$, inferiormente pelo plano $z = -2$, e lateralmente pela parábola $y = x^2$ e o plano $y = x$.

8. Ω é a região limitada inferiormente pelo plano $z = 0$, superiormente pelo plano $x + z = 4$, e lateralmente pelo cilindro $x^2 + y^2 = 9$.

9. Ω é a região limitada pelos planos coordenados e pelo plano $6x + 4y + 3z = 12$

10. Ω é a região limitada inferiormente pelo plano $z = 0$, superiormente pelo parabolóide $x^2 + y^2 = 4z$ e lateralmente por $x^2 + y^2 = 4x$.

11. Mostre que o volume do elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ é $\frac{4}{3}\pi abc$.

Calcule as integrais triplas usando coordenadas cilíndricas

12. $\int_{\Omega} x^2 dV$

$\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$.

13. $\int_{\Omega} z dV$

Ω é a região do primeiro octante quadrante no interior da bola $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

14. $\int_{\Omega} xz dV$

Ω é a bola $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$

15. $\int_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dV$

Ω é a região limitada superiormente pelo plano $y + z = 4$, inferiormente pelo plano $z = 0$ e lateralmente pelo cilindro $x^2 + y^2 = 16$.

Calcule as integrais triplas usando coordenadas esféricas

16. $\int_{\Omega} z^2 dV$

Ω é a região entre as esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

17. $\int_{\Omega} \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dV$

Ω é a região acima do plano $z = 0$, limitada pelo cone $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ e as esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 81$.

18. $\int_{\Omega} 3 dV$

Ω é o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0$.

Respostas

1. $2e - 4$

2. 0

3. $\frac{17}{30}$

4. 0

5. $50/3$

6. $34/3$

7. $71/105$

8. 36π

9. 4

10. 6π

12. $\frac{\pi}{4}$

13. $\frac{\pi}{16}$

14. 0

15. $\frac{512\pi}{3}$

16. $\frac{124\pi}{15}$

17. $6\pi(2 - \sqrt{3})$

18. 2π