Cálculo 3 - Lista 9

Integrais de Superfície

Calcule $\int_\Omega g(x,y,z)dS$

1. $\int_\Omega x\, dS$ onde Ω é parte do plano $2x+3y+z=6$ situado no primeiro octante.
2. $\int_\Omega \sqrt{4x^2+4y^2+1}\, dS$ onde Ω é parte do parabolóide $z=x^2+y^2$ abaixo do plano $y=z$.
3. $\int_\Omega z(x^2+y^2)\, dS$ onde Ω é o hemisfério $\sqrt{x^2+y^2+z^2}=2,\ z\geq 0$.
4. $\int_\Omega \sqrt{4y+1}\, dS$ onde Ω é parte da superfície $y=x^2$ no primeiro octante e cortada pelo plano $2x+y+z=1$.
5. Use integral de superfície para determinar a área de um cone circular reto de raio R e altura h.
6. Calcule a integral de superfície $\int_\Omega (x^2-y^2)\, dS$ onde Ω é o hemisfério $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$. Use coordenadas esféricas para parametrizar a superfície Ω.

   Nos exercícios a seguir calcule $\int_\Omega \vec{F}\cdot d\vec{S}$

7. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}+8\vec{k}$ e Ω é parte do parabolóide $z=9-x^2-y^2$ acima do plano xy e orientada com vetor normal $\vec{n}$ apontando para cima.
8. $\vec{F}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ e Ω é o cubo com vértices $(0,0,0),(1,0,0),(1,1,0),(0,1,0),(0,0,1),$ $(1,0,1),(1,1,1)$ e $(0,1,1)$ e orientada com vetor normal apontando para fora.
9. $\vec{F}=yz^2\vec{i}+ye^x\vec{j}+x\vec{k}$ e Ω é a superfície $y=x^2$ com $0\leq y\leq 4,\ 0\leq z\leq 1$ e orientada com vetor normal com componente y positiva.
10. $\vec{F}=yx\vec{i}+y^2\vec{j}+yz\vec{k}$ e Ω é o elipsóide $x^2+\frac{y^2}{4}+z^2=1$ orientado com vetor normal apontando para fora.

Respostas

1. $3\sqrt{14}$
2. $\frac{5\pi}{8}$
3. 16π
4. $(-61+44\sqrt{2})/5$
6. 0
7. 72π
8. 3
9. $2e^2-10e^{-2}$
10. 0