

## Cálculo B - Lista 9

### Comprimento de arco de curvas planas

Encontre o comprimento dos arcos das curvas sobre o correspondente intervalos.

1.  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$ ,  $x \in [1, 2]$
2.  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ,  $x \in [0, b]$
3.  $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$ ,  $x \in [2, 3]$
4.  $x = \cos^3 t$ ,  $y = \sin^3 t$ ,  $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$
5.  $x = \cos t + t \sin t$ ,  $y = \sin t - t \cos t$ ,  $t \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$
6.  $y = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$ ,  $x \in [0, 2]$
7.  $x = \frac{2}{3}(y - 1)^{\frac{3}{2}}$ ,  $y \in [1, 5]$
8.  $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ ,  $x \in [1, 3]$
9.  $x = \frac{y^4}{8} + \frac{1}{4y^2}$ ,  $y \in [1, 2]$
10.  $8x^2y - 2x^6 = 1$  de  $(1, \frac{3}{8})$  a  $(2, \frac{129}{32})$
11.  $12xy - 4y^4 = 3$  de  $(\frac{7}{12}, 1)$  a  $(\frac{67}{24}, 2)$
12.  $y^3 = 8x^2$  de  $(1, 2)$  a  $(8, 8)$
13.  $(y - 3)^2 = 4(x + 2)^3$  de  $(-1, 5)$  a  $(2, 19)$

### Área de uma região limitada por duas curvas planas

Em cada um dos problemas a seguir faça um esboço da região limitada pelas curvas dadas e encontre área da região.

14.  $y = 0$  e  $y = 25 - x^2$
15.  $y = x^2$  e  $y = 4$
16.  $y = x^2$  e  $y = 8 - x^2$
17.  $x = 0$  e  $x = 16 - y^2$
18.  $x = y^2$  e  $x = 25$
19.  $x = y^2$  e  $x = 32 - y^2$
20.  $y = x^2$  e  $y = 2x$
21.  $y = x^2$  e  $x = y^2$
22.  $y = x^2$  e  $y = x^3$
23.  $y = 2x^2$  e  $y = 5x - 3$
24.  $x = 4y^2$  e  $x + 12y + 5 = 0$
25.  $y = x^2$  e  $y = 3 + 5x - x^2$
26.  $x = 3y^2$  e  $x = -y^2 + 12y - 5$
27.  $y = x^2$  e  $y = 4(x - 1)^2$
28.  $x = y^2 - 2y - 2$  e  $x = -2y^2 + y + 4$
29.  $y = x^4$  e  $y = 32 - x^4$
30.  $y = x^3$  e  $y = 32\sqrt{x}$
31.  $y = x^3$  e  $y = 2x - x^2$
32.  $y = x^2$  e  $y = x^{\frac{2}{3}}$
33.  $y^2 = x$  e  $y^2 = 2(x - 3)$
34.  $y = x^3$  e  $y = 2x^3 + x^2 - 2x$
35.  $y = x^3$ ,  $x + y = 0$  e  $y = x + 6$

### Área de uma superfície de revolução

Em cada um dos problemas a seguir calcule a área da superfície de revolução gerada pela rotação da curva em torno do eixo indicado.

36.  $y = \sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  em torno do eixo x
37.  $y = x^3$ ,  $1 \leq x \leq 2$  em torno do eixo x
38.  $y = \frac{x^5}{5} + \frac{1}{12x^3}$ ,  $1 \leq x \leq 2$  em torno de eixo y
39.  $x = \frac{y^4}{8} + \frac{1}{4y^2}$ ,  $1 \leq y \leq 2$  em torno do eixo x
40.  $y^3 = 3x$ ,  $0 \leq x \leq 9$  em torno do eixo y.
41.  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ ,  $1 \leq x \leq 2$  em torno do eixo y (Sugestão: Faça a substituição  $u = 1 + x$ )
42.  $y = (2x - x^2)^{\frac{1}{2}}$ ,  $0 \leq x \leq 2$  em torno do eixo x

### Volume de um sólido de revolução

Em cada um dos problemas encontre o volume do sólido que é gerado pela rotação da região plana limitada pelas curvas dadas em torno do eixo indicado.

43.  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  em torno do eixo x
44.  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$  em torno do eixo x
45.  $y = x^2$ ,  $y = 4$ ,  $x = 0$  (primeiro quadrante) em torno do eixo y
46.  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = \frac{1}{10}$ ,  $x = 1$  em torno do eixo x
47.  $y = \sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$ ,  $y = 0$  em torno do eixo x
48.  $y = 9 - x^2$ ,  $y = 0$  em torno do eixo x
49.  $y = x^2$ ,  $x = y^2$  em torno do eixo x
50.  $y = x^2$ ,  $y = 4x$  em torno da linha  $x = 5$
51.  $y = x^2$ ,  $y = 8 - x^2$  em torno do eixo x
52.  $x = y^2$ ,  $x = y + 6$  em torno do eixo y.

### Respostas:

1.  $\frac{59}{24}$
2.  $\frac{e^b - e^{-b}}{2}$
3.  $\frac{5}{2} + \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$
4.  $\frac{3}{2}$
5.  $\frac{5\pi^2}{288}$
6.  $\frac{22}{3}$
7.  $\frac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$
8.  $\frac{14}{3}$
9.  $\frac{33}{16}$
10.  $\frac{123}{32}$
11.  $\frac{59}{24}$

12.  $\left(\frac{52}{9}\right)^{3/2} - \left(\frac{25}{9}\right)^{3/2}$

13.  $\frac{2}{27}(37^{3/2} - 10^{3/2})$

14.  $\frac{500}{3}$

15.  $\frac{32}{3}$

16.  $\frac{64}{3}$

17.  $\frac{256}{3}$

18.  $\frac{500}{3}$

19.  $\frac{512}{3}$

20.  $\frac{4}{3}$

21.  $\frac{1}{3}$

22.  $\frac{1}{12}$

23.  $\frac{1}{24}$

24.  $\frac{16}{3}$

25.  $\frac{343}{24}$

26.  $\frac{16}{3}$

27.  $\frac{32}{27}$

28.  $\frac{27}{2}$

29.  $\frac{512}{5}$

30.  $\frac{320}{3}$

31.  $\frac{37}{12}$

32.  $\frac{8}{15}$

33.  $4\sqrt{6}$

34.  $\frac{37}{12}$

35. 19

36.  $\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5} - 1)$

37.  $\frac{\pi}{27}(145\sqrt{145} - 10\sqrt{10})$

38.  $\frac{339\pi}{16}$

39.  $\frac{67\pi}{10}$

40.  $\frac{\pi}{9}(82\sqrt{82} - 1)$

41.  $\frac{48\pi\sqrt{3}}{15} - \frac{8\pi\sqrt{2}}{15}$

42.  $4\pi$

43.  $\frac{\pi}{5}$

44.  $8\pi$

45.  $8\pi$

46.  $9\pi$

47.  $\frac{\pi^2}{2}$

48.  $\frac{1296\pi}{5}$

49.  $\frac{3\pi}{10}$

50.  $64\pi$

51.  $\frac{512\pi}{3}$

52.  $\frac{500\pi}{3}$