

Cálculo C - Lista 9

Equações de variáveis separáveis

Resolva as equações

- $y' = ky$ ($k = \text{cte}$)
- $y' = y \cot x$
- $y' = 3x^2y$
- $y' + ay + b = 0$ ($a \neq 0$)
- $y' = e^x y^3$
- $y' = \sqrt{1 - y^2}$
- $(x \ln x)y' = y$
- $y' \sin 2x = y \cos 2x$
- $(1 + y^2) dx + xy dy = 0$
- $(y^2 + xy^2)y' + x^2 - yx^2 = 0$
- $(1 + y^2) dx = x dy$
- $x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0$
- $x\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$
 $y(0) = 1$
- $e^{-y}(1 + y') = 1$
- $y \ln y dx + x dy = 0$
 $y(1) = 1$
- $y' = a^{x+y}$ $a > 0$, $a \neq 1$
- $e^y(1 + x^2) dy - 2x(1 + e^y) dx = 0$
- $(1 + e^x)yy' = e^y$
 $y(0) = 0$
- $(1 + y^2)(e^{2x} dx - e^y dy) - (1 + y) dy = 0$
- $(xy^2 - y^2 + x - 1) dx + (x^2y - 2xy + x^2 + 2y - 2x + 2) dy = 0$
- $y' = \sin(x - y)$
- $y' = ax + by + c$ (a, b, c são constantes)
- $(x + y)^2 y' = a^2$
- $(1 - y)e^y y' + \frac{y^2}{x \ln x} = 0$
- $(1 + y^2) dx = (y - \sqrt{1 + y^2})(1 + x^2)^{3/2} dy$
- $xy^2(xy' + y) = a^2$
- $(x^2y^2 + 1) dx + 2x^2 dy = 0$
[Use a substituição: $xy = u$]
- $(1 + x^2y^2)y + (xy - 1)^2 xy' = 0$
[Use a substituição: $xy = u$]
- $(x^2y^3 + y + x - 2) dx + (x^3y^2 + x) dy = 0$
[Use a substituição: $xy = u$]
- $(x^6 - 2x^5 + 2x^4 - y^3 + 4x^2y) dx + (xy^2 - 4x^3) dy = 0$
[Use a substituição: $y = ux$]
- $y' + 1 = \frac{(x + y)^m}{(x + y)^n + (x + y)^p}$
- $(\ln x + y^3) dx - 3xy^2 dy = 0$
- $(xy + 2xy(\ln y)^2 + y \ln y) dx + (2x^2 \ln y + x) dy = 0$
[Use a substituição: $x \ln y = t$]
- $y - xy' = a(1 + x^2y')$
- $(a^2 + y^2) dx + 2x\sqrt{ax - x^2} dy = 0$
 $y(a) = 0$
- $y' + \sin \frac{x+y}{2} = \sin \frac{x-y}{2}$

Exercício C - Lista 9 - Resposta

1. $y = C e^{kx}$
2. $y = C \sin x$
3. $y = C e^{x^3}$
4. $y = C e^{-ax} - \frac{b}{a}$
5. $y^2 = \frac{1}{-2e^x + C}$
6. $y = \sin(x + C)$
7. $y = C |\ln x|$
8. $y = C \sqrt{|\sin ax|}$
9. $x^2(1 + y^2) = C$
10. $\ln \left| \frac{4x}{1-y} \right| + \frac{(x+y)(x-y-z)}{2} = C$
11. $y = \operatorname{tg}(\ln|x| + C)$
12. $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$
13. $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = 1$
14. $e^x = C(1 - e^{-y})$
15. $y = L$
16. $a^x + a^{-y} = C$
17. $y = \ln [C(1+x^2) - 1]$
18. $(y+1)e^{-y} = \ln \left(\frac{e^x + 1}{2} \right) - x + 1$
19. $\frac{e^{2x}}{2} - e^y - \operatorname{arctg} y - \ln \sqrt{1+y^2} = C$
20. $(y^2+1)(x^2-2x+2) e^{2 \operatorname{arctg} y} = C$
21. $\operatorname{tg}(x-y) + \ln(x-y) = x + C$
22. $b(ax + by + C) + a = C_1 e^x$
23. $x + y = a \operatorname{tg} \left(\frac{y}{a} + C \right)$
24. $\frac{e^y}{y} = \ln |\ln x| + C$
25. $\ln \frac{\sqrt{1+y^2}}{|y + \sqrt{y^2+1}|} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + C$
26. $y^3 x^3 = \frac{3a^2}{2} x^2 + C$
27. $\frac{1}{1-xy} + \frac{1}{2} \ln|x| = C$
28. $C y^2 = e^{xy} - \frac{1}{xy}$

$$29. \quad 3x^2 - 12x + 2x^3y^3 + 6xy = C$$

$$30. \quad \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x + \frac{y^3}{3x^3} - \frac{4y}{x} = C$$

$$31. \quad X = \frac{(x+y)^{n-m+1}}{n-m+1} + \frac{(x+y)^{p-m+1}}{p-m+1} + C_1$$

$$(n-m \neq -1; \quad p-m \neq -1)$$

$$32. \quad y^3 = cx - \ln x - 1$$

$$33. \quad 2x^2 + (2x \ln y + 1)^2 = C$$

$$34. \quad y = a + \frac{cx}{ax+1}$$

$$35. \quad y = a \operatorname{tg} \frac{\sqrt{ax-x^2}}{x}$$

$$36. \quad \ln \left| \operatorname{tg} \frac{y}{4} \right| = C - 2 \sin \frac{x}{2}$$