

Cálculo C - Lista 10

Equações exatas

Mostre que as equações a seguir são exatas e resolva as equações

- $y dx + x dy = 0$
- $y^2 dx + 2xy dy = 0$
- $[(x+1)e^x - e^y] dx - xe^y dy = 0$
- $\sinh x \cos y dx = \cosh x \sin y dy$
- $e^{-\theta} dr - re^{-\theta} d\theta = 0$
- $x(2x^2 + y^2) + y(x^2 + 2y^2)y' = 0$
- $(3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0$
- $$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2} \right) dy = 0$$
- $$\left(3x^2 \tan y - \frac{2y^3}{x^3} \right) dx + \left(x^3 \sec^2 y + 4y^3 + \frac{3y^2}{x^2} \right) dy = 0$$
- $$\left(2x + \frac{x^2 + y^2}{x^2 y} \right) dx = \frac{x^2 + y^2}{xy^2} dy$$
- $$\left(\frac{\sin 2x}{y} + x \right) dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2} \right) dy = 0$$
- $(3x^2 - 2x - y) dx + (2y - x + 3y^2) dy = 0$
- $$\left(\frac{xy}{\sqrt{1+x^2}} + 2xy - \frac{y}{x} \right) dx + (\sqrt{1+x^2} + x^2 - \ln x) dy = 0$$
- $$\frac{x dx + y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{x dy - y dx}{x^2} = 0$$
- $$\left(\sin y + y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0$$
- $$\frac{y + \sin x \cos^2 xy}{\cos^2 xy} dx + \left(\frac{x}{\cos^2 xy} + \sin y \right) dy = 0$$
- $$\frac{2x}{y^3} dx + \frac{(y^2 - 3x^2)}{y^4} dy = 0, \quad y(1) = 1$$
- $$[n \cos(nx + my) - m \sin(mx + ny)] dx + [m \cos(nx + my) - n \sin(mx + ny)] dy = 0$$
- $$\frac{x dx + y dy}{\sqrt{(x^2 + y^2)(1 - x^2 - y^2)}} + \left(\frac{1}{y\sqrt{y^2 - x^2}} + \frac{e^{x/y}}{y^2} \right) (y dx - x dy) = 0$$
- Mostre que uma equação separável é exata. É uma equação exata separável?
- Sob que condições tem-se $(ax + by) dx + (kx + ly) dy = 0$ exata? (a,b,k,l são constantes). Resolva a equação exata.
- Sob que condição tem-se $(f(x) + g(y)) dx + (h(x) + p(y)) dy = 0$ exata?
- Sob que condição é $f(x, y) dx + g(x) h(y) dy = 0$ exata?
- Uma mesma equação diferencial pode ser resolvida por vários métodos. Resolva as equações a seguir usando o seguinte procedimento (i) tornando-a exata, e (ii) pelo método de separação de variáveis.
 - $3x^{-4} y dx = x^{-3} dy$
 - $2x dx + x^{-2}(x dy - y dx) = 0$

Cálculo C - Lista 10 - Resposta

1. $yx = C$

2. $y^2x = C$

3. $x(1e^x + e^y) = C$

4. $\cosh x \cos y = C$

5. $xe^{-\theta} = C$

6. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = C$

7. $y^4 + 3x^2y^2 + x^3 = C$

8. $\sqrt{x^2 + y^2} + \frac{x}{y} + \ln|xy| = C$

9. $x^3 \operatorname{tg} y + \frac{y^3}{x^2} + y^4 = C$

10. $x^3y + x^2 - y^2 = Cxy$

11. $\frac{\sin^2 x}{y} + \frac{x^2 + y^2}{2} = C$

12. $x^3 + y^3 - x^2 - xy + y^2 = C$

13. $y\sqrt{1+x^2} + x^2y - y \ln x = C$

14. $\sqrt{x^2 + y^2} + \frac{y}{x} = C$

15. $\ln|xy| + x \sin y - y \cos x = C$

16. $\operatorname{tg} xy - \cos x - \cos y = C$

17. $y = x$

18. $\sin(mx + my) + \cos(mx + my) = C$

19. $\frac{1}{2} \operatorname{arcc} \sin(2(x^2 + y^2) - 1) + \operatorname{arcc} \sin \frac{x}{y} + e^{\frac{x}{y}} = C$

21.
$$\left. \begin{array}{l} b = K \\ \frac{a}{2}x^2 + bxy + \frac{b}{2}y^2 = C \end{array} \right\}$$

22.
$$\boxed{\begin{array}{l} g(y) = ay \\ h(x) = ax \end{array}}$$

($a = cfe$)

23. $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{dg(x)}{dx} h(y)$

24. a) $y = Cx^3$

b) $y = Cx - x^3$