

## Cálculo C - Lista 11

### Equações exatas - fator integrante

Mostre que a função dada é um fator integrante da equação e resolva a equação. Verifique também que equações são de variáveis separáveis e resolva-as aplicando esse método. Compare os resultados.

1.  $2y dx + x dy = 0$ ;  $x$
2.  $x dy - y dx = 0$ ;  $1/x^2$
3.  $\sin y dx + \cos y dy = 0$ ;  $e^x$
4.  $y^2 dx + (1 + xy)dy = 0$ ;  $e^{xy}$

Para cada uma das equações a seguir verifique que a condição

$$\frac{1}{N} \left( \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \right) \equiv f(x)$$

é satisfeita. Resolva então a equação usando um fator integrante  $F(x) = e^{\int f(x)dx}$ .

5.  $2 dx - e^{y-x} dy = 0$
6.  $x \cosh y dy - \sinh y dx = 0$
7.  $(y + 1)dx - (x + 1)dy = 0$
8.  $(x + y^2) dx - 2xy dy = 0$
9.  $(x \cos y - y \sin y) dy + (x \sin y + y \cos y) dx = 0$

Para cada uma das equações a seguir verifique que a condição

$$\frac{1}{M} \left( \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) \equiv g(y)$$

é satisfeita. Resolva então a equação usando um fator integrante  $F(y) = e^{\int g(y)dy}$ .

10.  $\cos x dx + \sin x dy = 0$
11.  $2 \cosh x \cos y dx = \sinh x \sin y dy$
12.  $y dx + (3 + 3x - y) dy = 0$
13.  $2x \tan y dx + \sec^2 y dy = 0$
14.  $y(1 + xy) dx - x dy = 0$

Resolva as equações usando um fator integrante do tipo  $F(x)$  ou  $F(y)$ .

15.  $(2 \cos y + 4x^2) dx = x \sin y dy$
16.  $\frac{y}{x} dx + (y^3 - \ln x) dy = 0$
17.  $(3xe^y + 2y)dx + (x^2e^y + x) dy = 0$
18. Mostre que se a equação  $Mdx + Ndy = 0$  for tal que

$$\frac{1}{xM - yN} \left( \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) = f(xy)$$

então ela admite um fator integrante do tipo  $e^{\int f(u)du}$  onde  $u = xy$ .

19. Use o método do exercício anterior para resolver a equação

$$(y^2 + xy + 1) dx + (x^2 + xy + 1) dy = 0$$

20. Resolva

$$(2y^2 + 4x^2y) dx + (4xy + 3x^3) dy = 0$$

sabendo que existe um fator integrante da forma  $F(x, y) = x^a y^b$  com  $a, b$  constantes.

## Lista 11 - Respostas

1.  $y = \frac{C}{x^2}$
2.  $y = Cx$
3.  $\sin y = Ce^{-x}$
4.  $e^{xy} y = C$
5.  $2e^x - e^y = C$
6.  $\sinh y = Cx$
7.  $y = C(x+1) - 1$
8.  $-\frac{y^2}{x} + \ln|x| = C$
9.  $e^x (x \sin y + y \cos y - \sin y) = C$
10.  $e^y \sin x = C$
11.  $\frac{2 \sinh x \cos y}{|\cos y|^{1/2}} = C$
12.  $y^3(x+1) - \frac{y^4}{4} = C$
13.  $x y = C e^{-x^2}$
14.  $\frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} = C$
15.  $x^2 \cos y + x^y = C$
16.  $\frac{y^2}{2} + \frac{\ln x}{y} = C$
17.  $x^3 e^y + x^2 y = C$
19.  $e^{xy} (x+y) = C$
20.  $x^2 y^4 + e^y y^3 = C$