Cálculo A
Problemas de maximação/minimização

1. Um retângulo tem perímetro 100 cm. Determine os lados do retângulo de modo que ele tenha a maior área.

2. Mostre que entre todos os retângulos com uma determinada área, aquele com o menor perí metro é um quadrado.

3. Uma caixa tem base na forma de um quadrado e é aberta na parte superior. Se a caixa tem volume de 4000 cm^3, determine as dimensões da caixa que minimiza a quantidade de material usado.

4. Os três lados (não paralelos) de um trapézio tem comprimento L. Encontre o comprimento do quarto lado de modo a termos um trapézio de área máxima.

5. Um fazendeiro tem uma propriedade e deseja cercar parte dela em um campo retangular com área de 1.5 milhão ft^2 que será então dividido ao meio por uma cerca paralela a um dos lados do retângulo. Como fazer isso de modo a minimizar o custo da cerca?

6. Mostre que entre todos os retângulos com um dado perímetro, aquele com maior área é um quadrado.

7. Encontre as dimensões do retângulo com maior área que pode ser inscrito em um círculo de raio r.

8. Encontre as dimensões do triângulo isósceles de maior área que pode ser inscrito em um círculo de raio r.

9. Um cilindro circular reto é inscrito em uma esfera de raio r. Encontre o maior volume possível desse cilindro.

10. Um copo com formato de um cone é feito de um pedaço circular de papel de raio R cortando fora um setor e juntando os lados CA e CB. Encontre o volume máximo desse copo. [Figura 1]

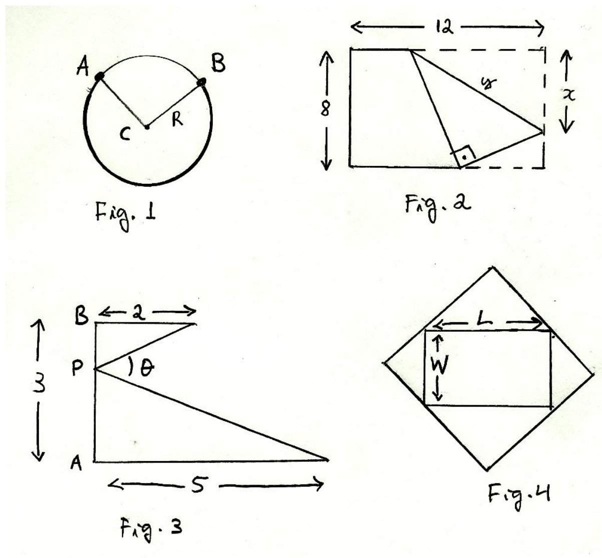
11. Um cone com altura h está inscrito em outro cone maior com altura H, de forma que seu vértice está no centro da base do cone maior. Mostre que o cone interno tem seu volume máximo quando $h = \frac{H}{3}$.

12. Mostre que de todos os triãngulos isósceles com um dado perímetro, aquele que tem a maior área é equilátero.

13. O centro superior direito de um pedaço de papel com 8 cm de largura por 12 cm de comprimento é dobrado sobre o lado direito como mostrado na figura 2. Como se deve dobrar de forma a minimizar o comprimento da dobra? (Isto é, como escolher x de modo a minimizarmos y?)

14. Como deve ser escolhido o ponto P sobre o segmento AB de forma a minimizar o ângulo θ? [Figura 3]

15. Encontre a área máxima do retângulo que pode ser circunscrito em torno de um dado retângulo com comprimento L e largura W [Figura 4].



Respostas

1. 25 m, 25 m

2.

3. 20 cm, 20 cm, 10 cm

4. 2 L

5. O fazendeiro deverá considerar um retângulo de lados 1000 ft, 1500 ft, devendo a cerca que divide o retângulo ao meio ser paralela ao lado de 1000 ft.

6.

7. É um quadrado de lado $\sqrt{2}\, r$

8. O triângulo é equilátero de lado $\sqrt{3}\, r$

9. $\frac{4\pi r^3}{3\sqrt{3}}$

10. $\frac{2\pi R^3}{9\sqrt{3}}$

11.

12.

13. 6 cm

14. O ponto P deve ser tomado a uma distância de $5 - 2\sqrt{5}$ do ponto A

15. $\frac{(L+W)^2}{2}$