

10. iv)

Sejam

$$f: X \rightarrow Y$$

$$g: Y \rightarrow Z$$

tal que $g \circ f$ é sobrejetiva.

Seja $z \in Z$.

$g \circ f: X \rightarrow Z$ sendo sobrejetiva nos dá que

$$\exists x_0 \in X \text{ tal que } (g \circ f)(x_0) = z$$

$$\therefore g(f(x_0)) = z \quad (*)$$

Denotemos

$$y_0 := f(x_0) \in Y.$$

De (*) vemos que $g(y_0) = z$.

Mostramos então que dado $z \in Z$

$$\exists y_0 \in Y \text{ tal que } g(y_0) = z$$

$\therefore g: Y \rightarrow Z$ é sobrejetiva.
