

10.

b) Sejam

$$f: X \rightarrow Y$$

$$g: Y \rightarrow X$$

tal que $g \circ f = I_X$

$$\therefore (g \circ f)(x) = x, \quad \forall x \in X.$$

$$\therefore g(f(x)) = x. \quad (*)$$

Sejam $x_1, x_2 \in X$ tal que $f(x_1) = f(x_2)$.

$$\therefore \underbrace{g(f(x_1))}_{x_1} = \underbrace{g(f(x_2))}_{x_2}$$
$$x_1 = x_2$$

Isto é, mostramos que dados

$$x_1, x_2 \in X, \quad f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

\therefore f é injetiva

Seja $x \in X =$ contra-domínio da g

Orá, X também é o domínio de f , logo
dados $x \in X$ temos definido $f(x)$.

