

10

vii) seja

$$f: X \rightarrow Y$$

$$g: Y \rightarrow X$$

tal que $g \circ f = I_X$

$$f \circ g = I_Y.$$

Do item 10 v) sabemos que

$$\left. \begin{array}{l} \text{dados } f: X \rightarrow Y \\ g: Y \rightarrow X \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{com } g \circ f = I_X \text{ então} \\ f \text{ é injetiva. (*)} \\ g \text{ é sobrejetiva} \end{array}$$

Mas, sendo $f \circ g = I_Y$ temos do item 10 v)

$$\left. \begin{array}{l} \text{que } g \text{ é injetiva} \\ f \text{ é sobrejetiva (**)} \end{array} \right\}$$

De (*) e (**) segue-se que f é bijetiva.

sendo $f \circ g = I_X$ temos por definição

que $g = f^{-1}$ (inversa de f).