

Cálculo A - Lista 9

Propriedades de Derivadas:

- (1) $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
- (2) $\frac{d}{dx} c = 0$ (c é constante)
- (3) $\frac{d}{dx} (cf(x)) = c \frac{d}{dx} f(x)$
- (4) $\frac{d}{dx} (f \pm g) = \frac{d}{dx} f \pm \frac{d}{dx} g$
- (5) $\frac{d}{dx} (fg) = (\frac{d}{dx} f)g + f(\frac{d}{dx} g)$
- (6) $\frac{d}{dx} (f/g) = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

1. Usando as propriedades (1), (2) e (3) encontre as derivadas das funções abaixo:

- (a) $f(x) = 32$
- (b) $y = x^4$
- (c) $y = x^{\frac{1}{2}}$
- (d) $f(x) = x$
- (e) $f(x) = x^\pi$
- (f) $fy = x^{-3}$
- (g) $f(x) = x^{-2/3}$
- (h) $f(x) = x^{4/5}$
- (i) $y = 8x^{\frac{1}{2}}$
- (j) $g(t) = 8t^{-\frac{3}{4}}$
- (k) $y = \frac{1}{x^4}$
- (l) $f(x) = \sqrt{3}x$
- (m) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
- (n) $y = \sqrt{3}x\sqrt{2}$

2. Usando as propriedades (1), (2), (3) e (4) encontre as derivadas das funções abaixo

- (a) $f(x) = x^2 + 4x$
- (b) $f(x) = 3x^5 - 6x^4 + 2$
- (c) $g(x) = x^{10} + 25x^5 - 50$
- (d) $g(x) = x^2 - \frac{2}{x^2}$
- (e) $h(x) = \sqrt{x} - 5x^4$
- (f) $y = t^5 - 6t^{-5}$
- (g) $F(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$

3. Usando a propriedade (5) encontre a derivada das funções abaixo

- (a) $f(x) = (2x - 1)(x^2 + 1)$

(b) $f(x) = x(3x - 8)$

(c) $y = x^2(1 + x - 3x^2)$

(d) $y = (x^3 + x^2 + 1)(x^2 + 2)$

(e) $f(t) = (t^4 + t^2 - 1)(t^2 - 2)$

(f) $f(t) = \sqrt[3]{t}(1 - t)$

(g) $F(y) = \sqrt{y}(y - 2\sqrt{y} + 2)$

(h) $G(y) = (y - y^2)(2y - y^{\frac{4}{3}})$

4. Use a propriedade da derivada dada em (5) para mostrar que se f é diferenciável então

(a) $\frac{d}{dx} f^2(x) = 2f(x)f'(x)$

- (b) Use o resultado obtido em (a) para derivar $y = (2 + 5x - x^3)^2$

5. Use a propriedade (5) duas vezes para mostrar que dadas f, g, h funções diferenciáveis tem-se

(a) $(fgh)' = f'gh + fg'h + fgh'$

- (b) Use o resultado dado em (a) para derivar $y = \sqrt{x}(3x + 5)(6x^2 - 5x + 1)$

6. Usando a propriedade (6) encontre a derivada das funções abaixo

(a) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

(b) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+1}$

(c) $g(x) = \frac{x}{x^2+2x-1}$

(d) $g(x) = \frac{x^3-1}{x^2+x+1}$

(e) $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$

(f) $y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$

(g) $f(t) = \frac{2t+1}{t^2-3t+4}$

(h) $g(t) = \frac{2t^2+3t+1}{t-1}$

(i) $f(x) = \frac{1}{x^4-x^2+1}$

(j) $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

(k) $f(x) = \frac{x^6}{x^5-10}$

(l) $f(x) = \frac{1-\frac{1}{x}}{x+1}$

7. Usando a regra da cadeia bem como as propriedades de derivadas encontre as derivadas das funções abaixo

(a) $F(x) = (5 - 3x)^7$

(b) $F(x) = (2x^2 + 1)^{20}$

- (c) $G(x) = (x^3 + x^2 - 2)^{\frac{3}{4}}$
- (d) $G(x) = \sqrt{x^4 - x + 1}$
- (e) $y = \sqrt[4]{x^2 + x}$
- (f) $y = (1 + 3x + 4x^2)^{-3}$
- (g) $y = \frac{1}{(x^3 + 2x^2 + 1)^2}$
- (h) $y = \frac{4}{\sqrt{9 - x^2}}$
- (i) $y = (1 + 2\sqrt{x})^6$
- (j) $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$
- (k) $y = x - \sqrt[5]{1 + x^5 - 6x^{10}}$
- (l) $y = x^2 + (x^2 - 1)^5$
- (m) $F(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$
- (n) $F(x) = (2x + 1)(4x - 1)^5$
- (o) $G(x) = (x^2 - 1)^4(2 - 3x)$
- (p) $G(x) = (x^4 - x + 1)^2(x^2 - 2)^3$
- (q) $F(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+3}}$
- (r) $f(t) = \frac{(1+2t)^5}{(3t^2-5)^2}$
- (s) $g(x) = \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^3$
- (t) $h(t) = \left(\frac{t^2+1}{t+1}\right)^{10}$
- (u) $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$
- (v) $y = \frac{(2x+3)^3}{\sqrt{4x-7}}$
- (w) $y = 3\sqrt{x}(2x+1)^5 + \sqrt{4x-3}$
- (x) $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt[3]{x}}$
- (y) $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

Calculus A - ~~Answers~~ Respostas

1) a) 0 b) $4x^3$ c) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ d) 1 e) $\pi x^{\pi-1}$

f) $-\frac{3}{x^4}$ g) $-\frac{2}{3x^{5/3}}$ h) $\frac{4}{5} \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$ i) $\frac{4}{\sqrt{x}}$ j) $-\frac{6}{x^{7/4}}$

k) $-\frac{4}{x^5}$ l) $\sqrt{3}$ m) $-\frac{1}{2x^{3/2}}$ n) $\sqrt{6} x^{\sqrt{2}-1}$

2) a) $2x+4$ b) $15x^4-24x^3$ c) $10x^9+125x^4$

(d) $2x + \frac{4}{x^3}$ e) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 20x^3$ f) $5x^4 + \frac{30}{x^6}$

g) $\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3x^{2/3}} + \frac{1}{4x^{3/4}}$

3) a) $6x^2+2x+2$ b) $6x-8$ c) $-12x^3+3x^2+2x$

d) $5x^4+4x^3+6x^2+6x$ e) $6t^5-4t^3-6t$ f) $\frac{1}{3} \frac{1-t}{t^{2/3}} - t^{1/3}$

g) $\frac{3\sqrt{y}}{2} + \frac{1}{\sqrt{y}} - 2$ h) $\frac{10}{3} y^{7/3} - \frac{7}{3} y^{4/3} - 6y^2 + 4y$

4) b) $y' = 2(2+5x-x^3)(5-3x^2)$

5) b) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (3x+5)(6x^2-5x+1) + 3\sqrt{x}(6x^2-5x+1) + \sqrt{x}(3x+5)(12x-5)$

6) a) $\frac{2x}{(x+1)^2}$ b) $\frac{-2x^2+2x+2}{(x^2+1)^2}$ c) $\frac{-x^2-1}{(x^2+2x-1)^2}$

d) $\frac{x^4+2x^3+3x^2+2x+1}{(x^2+x+1)^2}$ e) $\frac{\frac{1}{2}\sqrt{x}(x^2+1) - \sqrt{x} \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

f) $\frac{-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)^2}$ g) $\frac{-2t^2-2t+11}{(t^2-3t+4)^2}$ h) $\frac{2t^2-4t-4}{(t-1)^2}$

i) $-\frac{(4x^3-2x)}{(x^4-x^2+1)^2}$ j) $\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ k) $\frac{x^{10}-60x^5}{(x^5-10)^2}$

l) $\frac{1+2x-x^2}{x^2(x+1)^2}$

7) a) $-21(5-3x)^6$ b) $80x(2x^2+1)^{19}$ c) $\frac{3}{4} \frac{3x^2+2x}{\sqrt[4]{x^3+x^2-2}}$

d) $\frac{1}{2} \frac{(4x^3-1)}{\sqrt{x^4-x+1}}$ e) $\frac{1}{4} \frac{2x+1}{(x^2+x)^{3/4}}$ f) $-\frac{3(3+8x)}{(1+3x+4x^2)^4}$

g) $-2 \frac{3x^2+4x}{(x^3+2x^2+1)^3}$ h) $\frac{4x}{(9-x^2)^{3/2}}$ i) $\frac{6(1+2\sqrt{x})^5}{\sqrt{x}}$

j) $\frac{1+2\sqrt{x}}{4\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ k) $1 - \frac{x^4-12x^9}{(1+x^5-6x^{10})^{4/5}}$ l) $2x+10x(x^2-1)^4$

m) $\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$ n) $6(4x-1)^4(8x+3)$ o) $(x^2-1)^3(-27x^2+16x+3)$

p) $2(x^4-x+1)(x^2-2)^2(7x^5-8x^3-4x^2+3x+2)$

$$\frac{x+3}{(2x+3)^{3/2}}$$

$$r) \frac{2(1+2x)^4(3x^2-6x-25)}{(3x^2-5)^3}$$

$$s) = 12 \frac{(x+2)^2}{(x-2)^4}$$

$$t) 10 \left(\frac{x^2+1}{x+1} \right)^9 \frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$$

$$u) \frac{2x}{\sqrt{x^2-1} (x^2+1)^{3/2}}$$

$$v) \frac{2(2x+3)^2(10x-24)}{(4x-7)^{3/2}}$$

$$x) \frac{3}{2\sqrt{x}} (2x+1)^5 + 30\sqrt{x} (2x+1)^4 + \frac{2}{\sqrt{4x-3}}$$

$$*) \frac{1}{6x^{2/3} \sqrt{1+\sqrt[3]{x}}}$$

$$g) \frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}} + \frac{1}{4\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}} \right)$$