

Cálculo 2 - Lista 4

Use o critério de Cauchy para analisar a convergência das séries nos exercícios 12- 16

1. Seja $\{s_n\}$ uma sequência de números reais. Mostre que esta sequência converge para um número S se e somente se a série $s_1 + \sum_{n=2}^{\infty}(s_n - s_{n-1})$ converge e tem soma S .
2. Se $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n)$ converge, o que se pode dizer das séries $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$?
3. Se $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n)$ diverge, o que se pode dizer das séries $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$?
4. Se a série $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n} + a_{2n-1})$ converge, o que se pode dizer da série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?
5. Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, o que se pode dizer da série $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n} + a_{2n-1})$?
6. Se ambas as séries $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ convergem, o que se pode afirmar da série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$?
7. Seja $\{s_n\}$ uma sequência crescente de termos positivos. Mostre que $\{s_n\}$ é a soma parcial de uma série de termos positivos.
8. Suponha que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é uma série de termos positivos convergente. Mostre que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ é convergente. Vale a recíproca?
9. Suponha que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é uma série de termos positivos convergente. Mostre que $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n a_{n+1}}$ é convergente. Vale a recíproca?
10. Sejam $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ séries absolutamente convergentes. Mostre que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ é absolutamente convergente. Vale a recíproca?
11. Demonstrar que se as séries $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ são convergentes e $a_n \leq c_n \leq b_n$, $n \in \mathbb{N}$ então a série $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ é convergente. O que se pode afirmar da convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ forem divergentes?
(Note que não se pode usar o teste da comparação I pois o mesmo se aplica a séries com termos positivos]

Use o critério de Cauchy para analisar a convergência das séries nos exercícios 12- 16

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n}$, ($|a_n| < 10$)
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{2^n}$
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx - \cos(n+1)x}{n}$

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos x^n}{n^2}$

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$