

## Cálculo B - Lista 12

### Integrais Triplas

#### Calcule as integrais triplas

1.  $\int_{\Omega} e^y dV$

$\Omega$  é a região limitada pelos planos  $y = 1$ ,  $z = 0$ ,  $y = x$ ,  $y = -x$  e  $z = y$ .

2.  $\int_{\Omega} zy dV$

$\Omega$  é a região limitada acima pelo plano  $z = 1$  e abaixo pelo cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

3.  $\int_{\Omega} xz dV$

$\Omega$  é a região no primeiro octante limitada acima pela esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ , abaixo pelo plano  $z = 0$  e lateralmente pelos planos  $x = 0$ ,  $y = 0$  e pelo cilindro  $x^2 + y^2 = 1$ .

4.  $\int_{\Omega} (3x + xz) dV$

$\Omega$  é a região limitada pelo plano  $y = 0$ , o cilindro  $x^2 + z^2 = 9$  e o plano  $y + z = 3$ .

5.  $\int_{\Omega} z dV$

$\Omega$  é a região limitada acima pela esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  abaixo pelo plano  $z = 0$  e lateralmente pelos planos  $x = -1$ ,  $x = 1$ ,  $y = -1$  e  $y = 1$ .

#### Determine o volume das regiões a seguir

6.  $\Omega$  é a região no primeiro octante limitada pelos planos  $z = 10 + x + y$ ,  $y = 2 - x$ ,  $y = x$ ,  $z = 0$  e  $x = 0$ .

7.  $\Omega$  é a região limitada acima pelo parabolóide circular  $z = 4(x^2 + y^2)$ , abaixo pelo plano  $z = -2$ , e lateralmente pela parábola  $y = x^2$  e o plano  $y = x$ .

8.  $\Omega$  é a região limitada acima do plano  $z = 0$ , abaixo do plano  $x + z = 4$ , e lateralmente pelo cilindro  $x^2 + y^2 = 9$ .

9.  $\Omega$  é a região limitada pelos planos coordenados e pelo plano  $6x + 4y + 3z = 12$

10.  $\Omega$  é a região limitada acima do plano  $z = 0$ , abaixo do parabolóide  $x^2 + y^2 = 4z$  e lateralmente por  $x^2 + y^2 = 4x$ .

11. Mostre que o volume do elipsóide  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  é  $\frac{4}{3}\pi abc$ .

#### Calcule as integrais triplas usando coordenadas cilíndricas

12.  $\int_{\Omega} x^2 dV$

$\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$ .

13.  $\int_{\Omega} z \, dV$

$\Omega$  é a região do primeiro octante quadrante no interior da bola  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ .

14.  $\int_{\Omega} xz \, dV$

$\Omega$  é a bola  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$

15.  $\int_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \, dV$

$\Omega$  é a região limitada acima pelo plano  $y + z = 4$ , abaixo pelo plano  $z = 0$  e lateralmente pelo cilindro  $x^2 + y^2 = 16$ .

**Calcule as integrais triplas usando coordenadas esféricas**

16.  $\int_{\Omega} z^2 \, dV$

$\Omega$  é a região entre as esferas  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  e  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

17.  $\int_{\Omega} \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} \, dV$

$\Omega$  é a região acima do plano  $z = 0$ , limitada pelo cone  $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$  e as esferas  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e  $x^2 + y^2 + z^2 = 81$ .

18.  $\int_{\Omega} 3 \, dV$

$\Omega$  é o hemisfério  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ,  $x \geq 0$ .

**Respostas**

1.  $2e - 4$

2.  $0$

3.  $\frac{17}{30}$

4.  $0$

5.  $50/3$

6.  $34/3$

7.  $71/105$

8.  $36\pi$

9.  $4$

10.  $6\pi$

12.  $\frac{\pi}{4}$

13.  $\frac{\pi}{16}$

14.  $0$

15.  $\frac{512\pi}{3}$

16.  $\frac{124\pi}{15}$

17.  $6\pi(2 - \sqrt{3})$

18.  $2\pi$