

Cálculo B - Lista 9

Comprimento de arco de curvas planas

Encontre o comprimento dos arcos das curvas sobre o correspondente intervalos.

1. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$, $x \in [0, 2]$
2. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $x \in [0, b]$
3. $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$, $x \in [2, 3]$
4. $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$
5. $x = \cos t + t \sin t$, $y = \sin t - t \cos t$, $t \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$
6. $y = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$, $x \in [0, 2]$
7. $x = \frac{2}{3}(y - 1)^{\frac{3}{2}}$, $y \in [1, 5]$
8. $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$, $x \in [1, 3]$
9. $x = \frac{y^4}{8} + \frac{1}{4y^2}$, $y \in [1, 2]$
10. $8x^2y - 2x^6 = 1$ de $(1, \frac{3}{8})$ a $(2, \frac{129}{32})$
11. $12xy - 4y^4 = 3$ de $(\frac{7}{12}, 1)$ a $(\frac{67}{24}, 2)$
12. $y^3 = 8x^2$ de $(1, 2)$ a $(8, 8)$
13. $(y - 3)^2 = 4(x + 2)^3$ de $(-1, 5)$ a $(2, 19)$

Área de uma região limitada por duas curvas planas

Em cada um dos problemas a seguir faça um esboço da região limitada pelas curvas dadas e encontre área da região.

14. $y = 0$ e $y = 25 - x^2$
15. $y = x^2$ e $y = 4$
16. $y = x^2$ e $y = 8 - x^2$
17. $x = 0$ e $x = 16 - y^2$
18. $x = y^2$ e $x = 25$
19. $x = y^2$ e $x = 32 - y^2$
20. $y = x^2$ e $y = 2x$
21. $y = x^2$ e $x = y^2$
22. $y = x^2$ e $y = x^3$
23. $y = 2x^2$ e $y = 5x - 3$
24. $x = 4y^2$ e $x + 12y + 5 = 0$
25. $y = x^2$ e $y = 3 + 5x - x^2$
26. $x = 3y^2$ e $x = -y^2 + 12y - 5$
27. $y = x^2$ e $y = 4(x - 1)^2$
28. $x = y^2 - 2y - 2$ e $x = -2y^2 + y + 4$
29. $y = x^4$ e $y = 32 - x^4$
30. $y = x^3$ e $y = 32\sqrt{x}$
31. $y = x^3$ e $y = 2x - x^2$
32. $y = x^2$ e $y = x^{\frac{2}{3}}$
33. $y^2 = x$ e $y^2 = 2(x - 3)$
34. $y = x^3$ e $y = 2x^3 + x^2 - 2x$
35. $y = x^3$, $x + y = 0$ e $y = x + 6$

Área de uma superfície de revolução

Em cada um dos problemas a seguir calcule a área da superfície de revolução gerada pela rotação da curva em torno do eixo indicado.

36. $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$ em torno do eixo x
37. $y = x^3$, $1 \leq x \leq 2$ em torno do eixo x
38. $y = \frac{x^5}{5} + \frac{1}{12x^3}$, $1 \leq x \leq 2$ em torno de eixo y
39. $x = \frac{y^4}{8} + \frac{1}{4y^2}$, $1 \leq y \leq 2$ em torno do eixo x
40. $y^3 = 3x$, $0 \leq x \leq 9$ em torno do eixo y.
41. $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, $1 \leq x \leq 2$ em torno do eixo y (Sugestão: Faça a substituição $u = 1 + x$)
42. $y = (2x - x^2)^{\frac{1}{2}}$, $0 \leq x \leq 2$ em torno do eixo x

Volume de um sólido de revolução

Em cada um dos problemas encontre o volume do sólido que é gerado pela rotação da região plana limitada pelas curvas dadas em torno do eixo indicado.

43. $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$ em torno do eixo x
44. $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 4$ em torno do eixo x
45. $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$ (primeiro quadrante) em torno do eixo y
46. $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = \frac{1}{10}$, $x = 1$ em torno do eixo x
47. $y = \sin x$, $x \in [0, \pi]$, $y = 0$ em torno do eixo x
48. $y = 9 - x^2$, $y = 0$ em torno do eixo x
49. $y = x^2$, $x = y^2$ em torno do eixo x
50. $y = x^2$, $y = 4x$ em torno da linha $x = 5$
51. $y = x^2$, $y = 8 - x^2$ em torno do eixo x
52. $x = y^2$, $x = y + 6$ em torno do eixo y.

Respostas:

1. $\frac{59}{24}$
2. $\frac{e^b - e^{-b}}{2}$
3. $\frac{5}{2} + \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$
4. $\frac{3}{2}$
5. $\frac{5\pi^2}{288}$
6. $\frac{22}{3}$
7. $\frac{2}{3}(5\sqrt{5} - 1)$
8. $\frac{14}{3}$
9. $\frac{33}{16}$
10. $\frac{123}{32}$
11. $\frac{59}{24}$

12. $\left(\frac{52}{9}\right)^{3/2} - \left(\frac{25}{9}\right)^{3/2}$

13. $\frac{2}{27}(37^{3/2} - 10^{3/2})$

14. $\frac{500}{3}$

15. $\frac{32}{3}$

16. $\frac{64}{3}$

17. $\frac{256}{3}$

18. $\frac{500}{3}$

19. $\frac{512}{3}$

20. $\frac{4}{3}$

21. $\frac{1}{3}$

22. $\frac{1}{12}$

23. $\frac{1}{24}$

24. $\frac{16}{13}$

25. $\frac{343}{24}$

26. $\frac{16}{3}$

27. $\frac{32}{27}$

28. $\frac{27}{2}$

29. $\frac{512}{5}$

30. $\frac{320}{3}$

31. $\frac{37}{12}$

32. $\frac{8}{15}$

33. $4\sqrt{6}$

34. $\frac{37}{12}$

35. 19

36. $\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5} - 1)$

37. $\frac{\pi}{27}(145\sqrt{145} - 10\sqrt{10})$

38. $\frac{339\pi}{16}$

39. $\frac{67\pi}{10}$

40. $\frac{\pi}{9}(82\sqrt{82} - 1)$

41. $\frac{48\pi\sqrt{3}}{15} - \frac{8\pi\sqrt{2}}{15}$

42. 4π

43. $\frac{\pi}{5}$

44. 8π

45. 8π

46. 9π

47. $\frac{\pi^2}{2}$

48. $\frac{1296\pi}{5}$

49. $\frac{3\pi}{10}$

50. 64π

51. $\frac{512\pi}{3}$

52. $\frac{500\pi}{3}$