

## Cálculo C - Lista 2

### Curvas definidas parametricamente

Esboce o gráfico da curva representada pelas funções vetoriais a seguir

1.  $\vec{r}(t) = t\vec{i}$ ,  $-1 \leq t \leq \frac{1}{2}$
2.  $\vec{r}(t) = \cos \pi t \vec{k}$ ,  $-1 \leq t \leq \frac{1}{3}$
3.  $\vec{r}(t) = t\vec{i} + t\vec{j} + t\vec{k}$
4.  $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} - 3t\vec{j} + \vec{k}$
5.  $\vec{r}(t) = (2t + 1)\vec{i} + (t - 1)\vec{j} + 3t\vec{k}$
6.  $\vec{r}(t) = -16t^2\vec{k}$ ,  $t \geq 0$
7.  $\vec{r}(t) = t\vec{j} + t^2\vec{k}$
8.  $\vec{r}(t) = (t^4 + 1)\vec{i} + t\vec{j}$
9.  $\vec{r}(t) = t^3\vec{i} + t^2\vec{j}$
10.  $\vec{r}(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j}$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
11.  $\vec{r}(t) = \cos 3t\vec{i} + \sin 3t\vec{j}$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
12.  $\vec{r}(t) = 2 \cos t\vec{i} - \sin t\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $-\pi \leq t \leq 0$
13.  $\vec{r}(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j} + t^2\vec{k}$
14.  $\vec{r}(t) = 3 \sin t\vec{i} + 3 \sin t\vec{j} - 3\sqrt{2} \cos t\vec{k}$
15.  $\vec{r}(t) = t\vec{i} + \cos 2t\vec{j} + \sin 2t\vec{k}$

Encontre a função vetorial que representa a curva obtida pela interseção das superfícies dadas a seguir. [Sugestão: Identifique geometricamente a forma da curva pela análise da interseção das superfícies. Uma vez reconhecida a curva, parametrize-a de modo a respeitar a orientação dada. Note que mais de uma parametrização é possível.]

16.  $x + 2y + 3z = 6$  e  $y - 2z = 3$  orientada de modo que  $z$  aumenta ao longo da curva.
17.  $x^2 + y^2 = 2$  e  $z = 4$  orientada de modo que  $y$  aumenta no primeiro octante.
18.  $z = x^2 + y^2$  e  $x^2 + y^2 = 5$  orientada de modo que  $x$  aumenta no primeiro octante.
19.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  e  $y = x$  orientada de modo que ao se parametrizar  $(x(t), y(t))$  tem-se  $(x, y)$  se afastando da origem  $(0, 0)$  para valores crescentes de  $t$ .

Determine quais das parametrizações a seguir é suave, suave por parte ou nenhuma das duas.

20.  $\vec{r}(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$
21.  $\vec{r}(t) = |t|\vec{i} + t\vec{j} + t\vec{k}$
22.  $\vec{r}(t) = (1 + t)^{\frac{3}{2}}\vec{i} + (1 - t)^{\frac{3}{2}}\vec{j} + \frac{3t}{2}\vec{k}$
23.  $\vec{r}(t) = \cos^2 t\vec{i} + \sin^2 t\vec{j} + t^2\vec{k}$

24.  $\vec{r}(t) = (e^t - t)\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$

Encontre parametrizações suaves para as curvas a seguir

25. A linha reta passando por  $(-3, 2, 1)$  e  $(4, 0, 5)$ .

26. O círculo no plano  $xy$  centrado na origem e com raio 6.

Encontre parametrizações suaves por partes para as curvas a seguir

27. O quadrado no plano  $xy$  cujos vértices são  $(3, 0)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(0, 3)$  e  $(0, 0)$ .

28. O triângulo no plano  $xy$  cujos vértices são  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(0, 2)$ .

Determine o comprimento das curvas a seguir

29.  $\vec{r}(t) = \cos^3 t \vec{i} + \sin^3 t \vec{j}$

30.  $\vec{r}(t) = 2t \vec{i} + t^2 \vec{j} + \ln t \vec{k}$ ,  $1 \leq t \leq 2$

31.  $\vec{r}(t) = \frac{1}{3}(1+t)^{3/2}\vec{i} + \frac{1}{3}(1-t)^{3/2}\vec{j} + \frac{1}{2}t\vec{k}$ ,  $-1 \leq t \leq 1$

32.  $\vec{r}(t) = e^t \vec{i} + e^{-t}\vec{j} + \sqrt{2}t\vec{k}$ ,  $0 \leq t \leq 1$

33.  $\vec{r}(t) = 2(t^2 - 1)^{3/2}\vec{i} + 3t^2\vec{j} + 3t^2\vec{k}$ ,  $0 \leq t \leq \sqrt{8}$

Encontre para cada uma das curvas o vetor tangente, o vetor normal e a curvatura.

34.  $\vec{r}(t) = (t^2 + 4)\vec{i} + 2t\vec{j}$

35.  $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \cos t \vec{j} + \sqrt{2} \sin t \vec{k}$

36.  $\vec{r}(t) = 2t \vec{i} + t^2 \vec{j} + \frac{1}{3}t^3 \vec{k}$

37.  $\vec{r}(t) = e^t \vec{i} + e^{-t}\vec{j} + \sqrt{2}t\vec{k}$

38.  $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + t^2\vec{j} + \ln t\vec{k}$