

Cálculo C - Lista 7

Integrais de Superfície

Calcule $\int_{\Omega} g(x, y, z) dS$

1. $\int_{\Omega} x dS$ onde Ω é parte do plano $2x + 3y + z = 6$ situado no primeiro octante.

2. $\int_{\Omega} \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} dS$ onde Ω é parte do parabolóide $z = x^2 + y^2$ abaixo do plano $y = z$.

3. $\int_{\Omega} z(x^2 + y^2) dS$ onde Ω é o hemisfério $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 2, z \geq 0$.

4. $\int_{\Omega} \sqrt{4y + 1} dS$ onde Ω é parte da superfície $y = x^2$ no primeiro octante e cortada pelo plano $2x + y + z = 1$.

5. Use integral de superfície para determinar a área de um cone circular reto de raio R e altura h .

6. Calcule a integral de superfície $\int_{\Omega} (x^2 - y^2) dS$ onde Ω é o hemisfério $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$. Use coordenadas esféricas para parametrizar a superfície Ω .

Nos exercícios a seguir calcule $\int_{\Omega} \vec{F} \cdot d\vec{S}$

7. $\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j} + 8\vec{k}$ e Ω é parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ acima do plano xy e orientada com vetor normal \vec{n} apontando para cima.

8. $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ e Ω é o cubo com vértices $(0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 1)$ e $(0, 1, 1)$ e orientada com vetor normal apontando para fora.

9. $\vec{F} = yz^2\vec{i} + ye^x\vec{j} + x\vec{k}$ e Ω é a superfície $y = x^2$ com $0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 1$ e orientada com vetor normal com componente y positiva.

10. $\vec{F} = yx\vec{i} + y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ e Ω é o elipsóide $x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ orientado com vetor normal apontando para fora.

6. 0

7. 72π

8. 3

9. $2e^2 - 10e^{-2}$

10. 0

Respostas

1. $3\sqrt{14}$

2. $\frac{5\pi}{8}$

3. 16π

4. $(-61 + 44\sqrt{2})/5$