Geometria Analítica - Lista 1
Determinantes

1. Calcule os determinantes 3×3 usando a regra de Sarrus:
(a)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$
(b)
$$\begin{vmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 1 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 9 \end{vmatrix}$$
(c)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix}$$

2. Calcule os determinantes fazendo uma expansão por cofatores:
(a)
$$\begin{vmatrix} -4 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 7 & 2 & -3 & 2 \\ 4 & -1 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$
(b)
$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \\ -9 & -5 & 7 & -8 \\ 1 & 5 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

3. Calcule o valor do determinante
$$\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix}$$

4. Explique porque os dois determinantes são iguais.
$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

5. Sem calcular os determinantes, explique porque eles são zero.
(a)
$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$
(b)
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 3 \\ 6 & 2 & -4 \end{vmatrix}$$

6. Escreva a soma dos determinantes como um único determinate
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

7. Mostre que
$$2\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1+c_1 & c_1+a_1 & a_1+b_1 \\ b_2+c_2 & c_2+a_2 & a_2+b_2 \\ b_3+c_3 & c_3+a_3 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

8. Os números 891, 374, e 462 são múltiplos de 11. Mostrar sem desenvolver que o valor do determinante
$$\begin{pmatrix} 8 & 9 & 1 \\ 3 & 7 & 4 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$
também é múltiplo de 11.

9. Mostrar sem desenvolver que o determinante
$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \\ c & d & a & b \\ d & a & b & c \end{vmatrix}$$
é nulo se verificada a condição $a+b+c+d=0$.

10. Calcular o valor do determinante
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+a_n \end{vmatrix}$$

11. Calcular o valor do determinante

$$\begin{vmatrix} a_1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & 1+a_2 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & 1 & 1+a_3 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & 1 & 1 & \dots & 1+a_n \end{vmatrix}$$

12. Calcular o valor do determinante

$$\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+a_n \end{vmatrix}$$

13. Verifique e justifique que é nulo o determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & a & 2a+d \\ 1 & b & 2b+d \\ 1 & c & 2c+d \end{vmatrix}$$

14. Calcular o valor do determinante de ordem $n \times n$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

15. Mostrar que o determinante de ordem $n \times n$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

é nulo ou 1 conforme n seja ímpar ou par.