Matemática 1 (Contábeis) - Prova 1 a

Nome:

1. Determine a equação da reta que passa pelo ponto $P(-1,1)$ e forma um ângulo de $30°$ com a direção positiva do eixo x. Faça o gráfico que representa esta reta. [Obs: $\tan 30° = \sqrt{3}/3$] **[1 ponto]**

2. Obtenha a expressão de uma função quadrática que tenha concavidade para cima, corte o eixo y em $y = 1$ e passe pelo ponto $(2,3)$. Para esta função, calcule ainda as coordenadas de seu vértice.
[Obs: $V = (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$] **[1 ponto]**

3. Usando a definição de módulo, resolva a desigualdade $|1 - x^2| \leq 3$. **[2.0 pontos]**

4. Sejam os conjuntos $A = \{2,1\}$ e $B = \{5,1,4\}$. Determinar **[1 ponto]**
(i) $A \cup B$
(ii) $A \cap B$
(iii) $A - B$
(iv) $A \times B$

5. Determine o domínio da função **[1.5 ponto]**:

$$y = \sqrt{\frac{-x}{x^2 - 1}}$$

6. Seja a função $h = \log_{10}\left(\frac{x^2-9}{1-x^2}\right)$.
(i) Verifique se é possível escrever h como a composta de duas funções u e v tal que $h(x) = v(u(x))$. Se for, determine v e u. **[0.5 ponto]**
(ii) Determine o domínio de h. **[1 ponto]**

7. Seja a função

$$f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x & \text{se } x \leq 0 \\ -x + 1 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

(i) Faça o gráfico de f. **[1 ponto]**
(ii) Descreva, caso existam, os intervalos onde esta função é estritamente crescente, estritamente decrescente, crescente ou decrescente. **[1 ponto]**

Matemática 1 (Contábeis) - Prova 1

1- $y = ax + b$

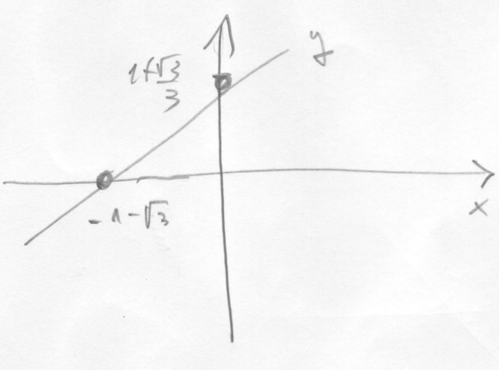
$P(-1,1) \in$ reta $\Rightarrow 1 = -a + b$

$a = tg\, 30° = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 1 = -\frac{\sqrt{3}}{3} + b$

$\therefore \; b = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\boxed{y = \frac{\sqrt{3}}{3} x + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)}$$

(0.5)



(0.5)

$\frac{\sqrt{3}}{3} x + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 0$

$x = -\frac{3}{\sqrt{3}} - 1$

$= -1 - \sqrt{3}$

2. $y = ax^2 + bx + c$

Corta eixo y em $y=1 \Rightarrow c=1$

Passa por $P(2,3)$: $3 = 4a + 2b + c$

$3 = 4a + 2b + 1$

$2 = 4a + 2b$

$1 = 2a + b$ (*)

Concavidade p/ cima : $a > 0$

Seja então $a = 1$.

De (*) : $1 = 2 + b \Rightarrow \underline{\underline{b = -1}}$

$\therefore \boxed{y = x^2 - x + 1}$ $\underline{(0.8)}$

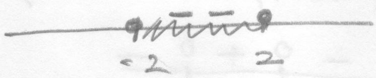
$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{-1}{2}, -\frac{1-4}{4}\right) = \underline{\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)}$

$\underline{(0.2)}$

→ Se $x < -1$ ou $x > 1$ (*)

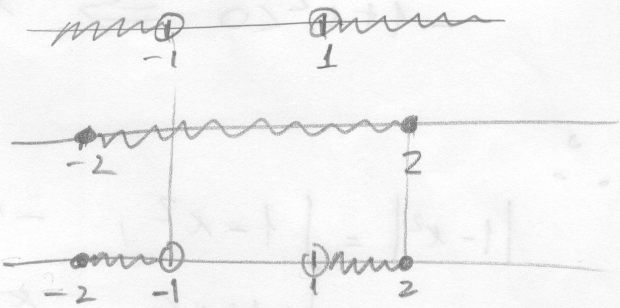
temos

$$|1-x^2| \leq 3 \Rightarrow -1+x^2 \leq 3$$
$$-4+x^2 \leq 0$$



(**)

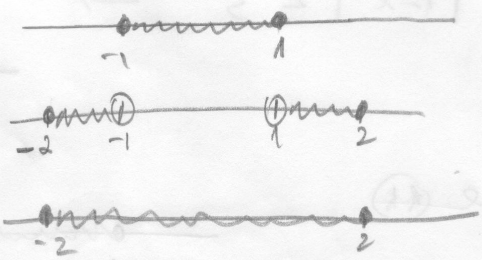
De (*) e (**):



$$S_2 = [-2,-1) \cup (1,2]$$

Daí, temos por solução do $|1-x^2| \leq 3$

$S_1 \cup S_2$: S_1, S_2, $S_1 \cup S_2$



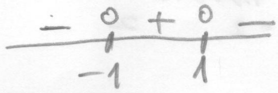
$$\boxed{S_1 \cup S_2 = [-2,2]}$$

obteve S_1 ou S_2 correto: 0.5
obteve S_1 e S_2 corretos: 1.0

3. $|1-x^2| \leq 3$

$$|1-x^2| = \begin{cases} 1-x^2 & \text{se } 1-x^2 \geqslant 0 \\ -1+x^2 & \text{se } 1-x^2 < 0 \end{cases}$$

Mas $1-x^2 \geqslant 0 \implies -1 \leq x \leq 1$



$-1+x^2 < 0 \implies x < -1$ ou $x > 1$

$\therefore$

$$|1-x^2| = \begin{cases} 1-x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ -1+x^2, & x < -1 \text{ ou } x > 1 \end{cases}$$

0.5

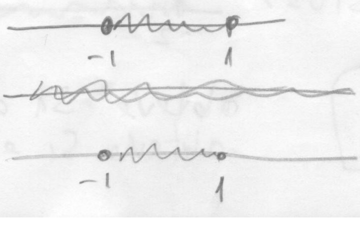
Então:

→ Se $-1 \leq x \leq 1$ (*)

temos $|1-x^2| \leq 3 \implies 1-x^2 \leq 3$

$-2-x^2 \leq 0 \implies x \in \mathbb{R}$ (**)

De (*) e (**)



$\therefore S_1 = [-1, 1]$

4. $A = \{2, 1\}$, $B = \{5, 1, 4\}$

i) $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$ (0.25)

ii) $A \cap B = \{1\}$ (0.25)

iii) $A - B = \{2\}$ (0.25)

iv) $A \times B = \{(2,5), (2,1), (2,4), (1,5), (1,1), (1,4)\}$

(0.25)

5.

$$y = \sqrt{\frac{-x}{x^2-1}}$$

$$x \in \mathrm{Dom}\, y \iff \frac{-x}{x^2-1} \geq 0 \quad (*)$$

$$x^2 - 1 \neq 0$$

(*)

$-x$	+		+		+	0	−		−	
						0				
x^2-1	+	0	−				−	0	+	
		-1						1		
$\frac{-x}{x^2-1}$	+	$\nexists$	−	0	+		$\nexists$	−		
		-1		0			1			

$$\boxed{\mathrm{Dom}\, y = (-\infty, -1) \cup [0, 1)}$$ 1.5

obs Escreveu $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$: −0.5

6.

$$h = \log_{10}\left(\frac{x^2-9}{1-x^2}\right)$$

i) $u(x) = \dfrac{x^2-9}{1-x^2}$, $v(x) = \log_{10} x$ <u>0.5</u>

ii)

$$x \in \mathrm{Dom}\, h \iff \begin{cases} \dfrac{x^2-9}{1-x^2} > 0 \\ 1-x^2 \neq 1 \end{cases}$$

		-3		3	
x^2-9	$+$	0	$-$	0	$+$

		-1		1	
$1-x^2$	$-$ $-$	0	$+$	0	$-$ $-$

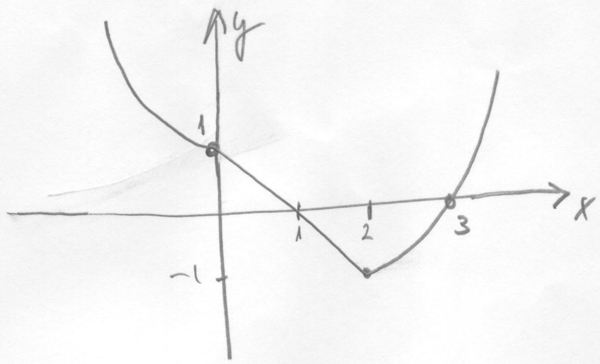
		-3		-1		1		3	
$\dfrac{x^2-9}{1-x^2}$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	$\nexists$	$+$	0	$-$

$$\boxed{\mathrm{Dom}\, h = (-3,-1) \cup (1,3)}$$

<u>1.0</u>

7.

i)



(1.0)

acertou um ponto do gráfico : 0.3

acertou dois pontos do gráfico : 0.5

ii) f é crescente em $(2,+\infty)$

f é estritamente crescente em $(2,+\infty)$ } 0.5

f é decrescente em $(-\infty,2)$

f é estritamente decrescente em $(-\infty,2)$ } 0.5