Pré-Cálculo - Lista 1

Axiomas de Adição e Multiplicação

Nos exercícios a seguir prove o enunciado ou estabeleça a equação pedida

1. Ha um único elemento neutro aditivo
2. (**Lei do cancelamento da adição**) $x + y = x + z \Rightarrow y = z$
3. O oposto de um número é único
4. $-0 = 0$
5. $-(-x) = x$
6. Se $x \neq 0$ então $-x \neq 0$
7. $0 - x = -x$
8. $-(x + y) = -x - y, \quad -(x - y) = y - x$
9. O elemento neutro multiplicativo é único
10. (**Lei do cancelamento da multiplicação**) $xy = xz \Rightarrow y = z$ se $x \neq 0$
11. O recíproco de um número não nulo é único
12. $1^{-1} = 1$
13. $x \cdot 0 = 0$
14. Zero não tem recíproco
15. $x \neq 0 \wedge y \neq 0 \Leftrightarrow x \cdot y \neq 0$. Equivalentemente, $x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee y = 0$
16. $x \neq 0 \Rightarrow x^{-1} \neq 0$ e $(x^{-1})^{-1} = x$
17. $\frac{x}{y} = 0 \ (y \neq 0) \Leftrightarrow x = 0$
18. $\frac{1}{x} = x^{-1} \ (x \neq 0)$
19. $x \neq 0, \ y \neq 0 \Rightarrow (x \cdot y)^{-1} = x^{-1} \cdot y^{-1}$, ou em uma notação equivalente $\frac{1}{x \cdot y} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$
20. $b \neq 0, \ d \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}$
21. $b \neq 0, \ d \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
22. $b \neq 0, \ d \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$
23. $(-1) \cdot (-1) = 1$
24. $(-1)^{-1} = (-1)$
25. $(-1) \cdot x = -x$
26. $(-x) \cdot (-y) = xy$
27. $-(x \cdot y) = (-x) \cdot y = x \cdot (-y)$
28. $(-x)^{-1} = \frac{-1}{x} \ (x \neq 0)$
29. $-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}, \ (y \neq 0)$
30. $x \cdot (y - z) = x \cdot y - x \cdot z$
31. $(x - y) + (y - z) = x - z$
32. $(a - b) - (c - d) = (a + d) - (b + c)$
33. $(a + b) \cdot (c + d) = (a \cdot c + b \cdot d) + (a \cdot d + b \cdot c)$
34. $(a - b) \cdot (c - d) = (a \cdot c + b \cdot d) - (a \cdot d + b \cdot c)$
35. $a - b = c - d \Leftrightarrow a + d = b + c$
36. A equação linear $a \cdot x + b = 0, \ a \neq 0$ tem uma única solução $x = -\frac{b}{a}$