

Pré-Cálculo - Lista 3

Supremo/Ínfimo

- Nos problemas a seguir, assumo que o corpo é o dos números racionais \mathbf{Q} . Encontre em \mathbf{Q} , três cotas superiores e três cotas inferiores, caso existam, para os conjuntos dados abaixo.
 - $\{2, 6, 9, 11, 36\}$
 - $\{-4, -3, 0, 2, 5\}$
 - $\{x \mid x \text{ é um inteiro positivo par}\}$
 - $\{x \mid x \text{ é um inteiro negativo ímpar}\}$
 - $\{x \mid x \text{ é um inteiro}\}$
 - $\{x \mid x \text{ é racional}\}$
 - $\{x \mid x^2 < 7\}$
 - $\{x \mid x^2 \leq 5\}$
- Nos problemas a seguir, assumo que o corpo é o dos números racionais \mathbf{Q} . Encontre em \mathbf{Q} , o supremo e o ínfimo, caso existam, de cada um dos conjuntos.
 - $\{3, 6, 10, 15, 21\}$
 - $\{-2, 0, 3, 6\}$
 - $\{x \mid x \text{ é um inteiro positivo divisível por 3}\}$
 - $\{x \mid x \geq 10\}$
 - $\{x \mid x > 7\}$
 - $\{x \mid x < 3\}$
 - $\{x \mid x^2 < 25\}$
 - $\{x \mid x^2 \leq 16\}$
 - $\{x \mid x^2 \leq 11\}$
 - $\{x \mid x^2 < 13\}$
- Considere agora o corpo dos reais \mathbf{R} . Encontre em \mathbf{R} , caso existam, o supremo e ínfimo de cada um dos conjuntos dados nas questões **1**, **2**.
- Seja S o conjunto dos perímetros dos polígonos fechados inscritos em um círculo de raio 1. Encontre o supremo de S (relativo aos reais).
- Mostre que o conjunto dos números naturais satisfaz o axioma da completude, i.e. mostre que $\forall S \subset \mathbf{N}$, $S \neq \emptyset$, S limitado superiormente, então existe $\alpha \in \mathbf{N}$ tal que $\alpha = \text{Sup } S$.
- Considere o corpo dos reais. Determine o supremo e o ínfimo, caso existam, dos conjuntos a seguir.
 - $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N}\}$
 - $\{\frac{1}{n} + \sqrt{2} \mid n \in \mathbf{N}\}$
 - $\{\frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbf{N}, m < 2n\}$
 - $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + x + 1 > 0\}$
 - $\{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x < 2\}$