

Pré-Cálculo - Lista 5

Expansão decimal, números irracionais

1. Encontre as expansões decimais dos números racionais a seguir:

- (a) $\frac{3}{7}$
- (b) $\frac{4}{9}$
- (c) $\frac{5}{6}$
- (d) $\frac{5}{8}$
- (e) $2\frac{5}{9}$
- (f) $5\frac{3}{11}$

2. Encontre expressões da forma $\frac{a}{b}$ para cada uma das expansões decimais a seguir:

- (a) $0.\bar{4}$
- (b) $2.\bar{7}$
- (c) $13.\bar{34}$
- (d) $3.4\bar{86}$
- (e) $2.5\bar{263}$
- (f) $2.41\bar{23}$
- (g) $3.5\bar{9}$
- (h) $1.\bar{9}$

3. Uma progressão geométrica é uma soma infinita da forma

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$$

Quando $|r| < 1$, pode-se mostrar que a soma acima é igual á $\frac{a}{1-r}$.

Notemos que a decimal periódica ¹ $0.\bar{3}$ pode ser escrita como uma progressão geométrica na forma

$$0.\bar{3} = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots \quad (*)$$

onde $a = \frac{3}{10}$ e $r = \frac{1}{10}$. Assim, a soma dada em (*) (que representa $0.\bar{3}$) é igual á

$$\frac{3/10}{1 - 1/10} = \frac{3/10}{9/10} = \frac{1}{3}$$

que dá a expressão racional da expansão decimal $0.\bar{3}$. Use este método para obter os números racionais que representam cada uma das expansões decimais do exercício **2**.

4. Mostre que $\sqrt{3}$ é irracional

5. Mostre que $\sqrt{5}$ é irracional

6. Mostre que $\sqrt[3]{2}$ é irracional

7. Mostre que $\sqrt[3]{5}$ é irracional

8. Mostre que $1 + \sqrt{2}$ é irracional

[Sugestão: Suponha que $1 + \sqrt{2} = \frac{a}{b}$. Então $\sqrt{2} = \frac{a}{b} - 1 = \frac{a-b}{b}$. Porque isto é uma contradição?]

9. Mostre que $3 - \sqrt{2}$ é irracional

10. Mostre que $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ é irracional

[Sugestão: Mostre que $\sqrt{6}$ é irracional]

11. Mostre que $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ é irracional

12. Mostre que $\sqrt[4]{2}$ é irracional

13. Como obter uma aproximação de $\sqrt{2}$ em termos de expansões decimais?

14. Sejam x e y são números racionais. Analise $x + y$ e $x \cdot y$? (isto é diga se estes números são racionais ou irracionais)

15. Seja x racional e y irracional. Analise $x + y$ e $x \cdot y$.

16. Sejam x e y irracionais. Analise $x + y$ e $x \cdot y$.

¹Decimal periódica também é chamada de dízima periódica.