

Pré-Cálculo - Lista 7

Módulo

1. Verifique se as duas equações dadas em (i) e (ii) definem corretamente $|a|$.

$$(i) \quad |a| = \begin{cases} a & \text{se } a > 0 \\ -a & \text{se } a \leq 0 \end{cases}$$

$$(ii) \quad |a| = \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a \leq 0 \end{cases}$$

2. Mostre que

(i) $|x| = |-x|$, $||x|| = |x|$

(ii) $x \leq |x|$.

(iii) $|x - y| = |y - x|$

(iv) $-|x| \leq x \leq |x|$

(v) $|xy| = |x||y|$

(vi) $|x^2| = |x|^2$ $||x|| = |x|$

3. Mostre que se $|x| = 0$ então $x = 0$.

4. O que pode ser dito sobre os números a_1, a_2, \dots, a_n se eles satisfazem

$$|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n| = 0 ?$$

5. Sejam a, b números reais com $b > 0$. Resolva as inequações

(i) $|x - a| < b$

(ii) $|x - a| \geq b$

e dê uma interpretação geométrica das soluções.

6. (i) Use a propriedade $|a + b| \leq |a| + |b|$ e mostre que para quaisquer reais a e b tem-se

$$|a| - |b| \leq |a - b|$$

[Sugestão: Mostre que $|c + b| - |b| \leq |c|$ para todo c . Daí, substitua c por $a - b$.]

(ii) $|b| - |a| \leq |a - b|$

[Sugestão: Use que $|-x| = |x|$ e a parte (i)]

(iii) $||a| - |b|| \leq |a - b|$

7. Mostre que $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$ para quaisquer reais a, b, c .

8. Mostre que $|a + b| = |a| + |b|$ se e somente se $ab \geq 0$.

9. Seja a um número real. Para que valores de a tem-se a solução de $a < |x|$ consistindo em $x \neq 0$?

10. Mostre que se $|x| > 1$ então

$$\frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = x - \sqrt{x^2 - 1}$$

11. Mostre que

$$\frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

12. **Equações e inequações envolvendo módulo**

Sugestão: Fazer questões do livro

Fundamentos da Matemática Elementar Vol.1

(7ª edição) pags. 198 à 204.