

Pré-Cálculo - Prova 1

Nome:

1. Verifique se cada uma das proposições a seguir é verdadeira (V) ou falsa (F). Nas proposições falsas modifique a proposição de modo a torná-la verdadeira. [1 ponto]
 - (a) $\emptyset \subset \{\emptyset, 1, 2\}$
 - (b) $1 \in \{1, 2\}$
 - (c) $-3 \subset \{1, 2, 3\}$
 - (d) $\{1, 2\} \in \{1, 2, \{1, 2\}\}$
 - (e) $\{1, \{2, 3\}\} \subset \{1, \{3, 2\}, 4\}$
2. Se A e B são dois conjuntos não vazios tais que $A - B = \{1, 3, 6, 7\}$, $B - A = \{4, 8\}$, e $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ determine o conjunto $A \cap B$. [1 ponto]
3. Seja $M = \{2p \mid p \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{Z}$. Verifique quais axiomas de corpo são satisfeitos para os elementos de M . [2 pontos]
4. (a) Seja $A = \{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots, -\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n+1}, \dots\}$ ($n \in \mathbb{N}$). Determine, caso existam:
 - (i) O supremo de A
 - (ii) O ínfimo de A
 - (iii) O maior elemento de A
 - (iv) O menor elemento de A[1 ponto]
(b) Seja X um conjunto cujo supremo é α . Seja Y um conjunto cujo ínfimo é β . Mostre que se $\alpha < \beta$ então $x < y$ para todo $x \in X$, $y \in Y$. [1 ponto]
5. Faça apenas uma das questões: [1 ponto]
 - (a) Mostre que se x, y são números positivos então tem-se

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x + y) \geq 4$$

OU

(b) É $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ racional ou irracional?

6. Resolva a desigualdade $|x + 2| + |2x - 2| > x + 8$. [2 pontos]