Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

1ª lista de exercícios (06/03/2017 a 10/03/2017)

1. Representar por enumeração, os seguintes conjuntos:

(a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$;

(b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 4\}$;

(c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 11 \text{ e } x \text{ é par}\}$;

(d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é divisor de } 12\}$;

(e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 30 \text{ e } x \text{ é múltiplo de } 7\}$;

(f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \cdot x = 5\}$;

(g) $G = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \cdot x = 0\}$;

(h) $H = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar}\}$;

(i) $I = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 9\}$;

(j) $J = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 1\}$;

(k) $K = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4 \text{ e } x < -3\}$;

(l) $L = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4 \text{ ou } x < -3\}$.

2. Representar, através de uma propriedade conveniente, os seguintes conjuntos:

(a) $A = \{0, 5, 10, 15, 20, \ldots\}$;

(b) $B = \{1, 2, 3, 6\}$;

(c) $C = \{\ldots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \ldots\}$;

(d) $D = \{1, -1, 2, -2, 4, -4\}$:

(e) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;

(f) $F = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;

(g) $G = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$;

(h) $H = \{6, 7, 8, 9, 10, \ldots\}$;

(i) $I = \{3, 2, 1, 0, -1, \ldots\}$;

(j) $J = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$.

3. Dizer se é verdadeira ou falsa cada uma das sentenças abaixo:

(a) $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$; **(b)** $0 \in \{1, 2\}$; **(c)** $5 \notin \{1, 2\}$; **(d)** $1 \notin \{1, 2, 3\}$; **(e)** $\emptyset = \{0\}$;

(f) $\emptyset = \{\emptyset\}$; **(g)** $4 = \{4\}$; **(h)** $5 \in \mathbb{N}$; **(i)** $1 \notin \mathbb{N}$; **(j)** $-4 \in \mathbb{N}$;

(k) $0 \notin \mathbb{Z}$; **(l)** $-1 \in \mathbb{Z}$; **(m)** $-2 \notin \mathbb{Z}$; **(n)** $\exists\, x \mid x \in \emptyset$; **(o)** $\nexists\, x \mid x \in \emptyset$;

(p) $3 \in \{3\}$; **(q)** $\{3\} \in 3$; **(r)** $0 \in \emptyset$; **(s)** $2 \in \emptyset$; **(t)** $0 \notin \emptyset$.

4. Considere o conjunto $A = \{1, 2, \{2\}, 3\}$ e diga, para cada uma das sentenças abaixo, se é verdadeira ou falsa:

(a) $1 \in A$; **(b)** $2 \in A$; **(c)** $\{2\} \in A$; **(d)** $3 \in A$;

(e) $\{3\} \in A$; **(f)** $\{1\} \notin A$; **(g)** $\emptyset \notin A$.

5. Observando o diagrama de Venn-Euler ao lado, escrever por enumeração os conjuntos:

   (a) A;

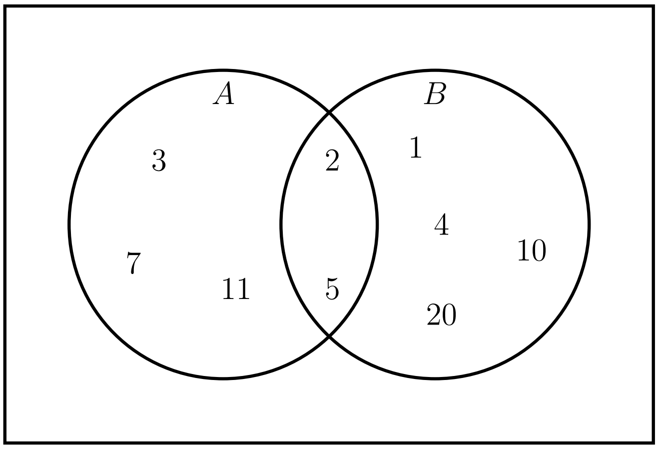
   (b) B;

   (c) dos elementos que pertencem a A e B;

   (d) dos elementos que pertencem a A ou B;

   (e) dos elementos que pertencem a A e não a B;

   (f) dos elementos que pertencem a B e não a A.



6. Observando o diagrama de Venn-Euler ao lado, escrever por enumeração os conjuntos:

   (a) $C = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$;

   (b) $D = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$;

   (c) $E = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$;

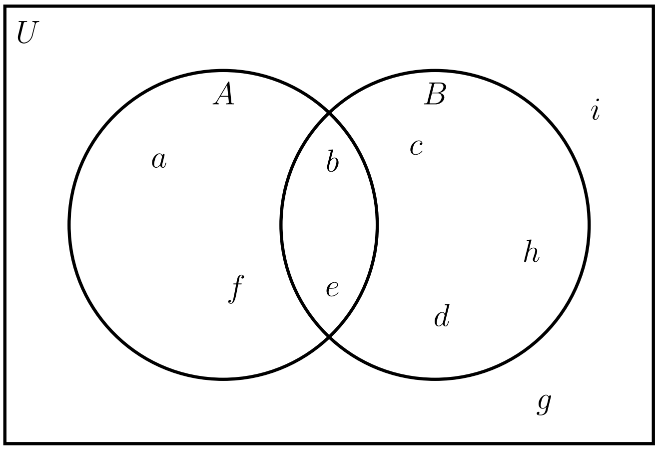
   (d) $F = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin A\}$;

   (e) $G = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin B\}$;

   (f) $H = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\}$;

   (g) $I = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in U\}$;

   (h) $J = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin D\}$.



7. Determine o número de elementos de cada um dos conjuntos A, B, C, ..., J do exercício anterior.

8. Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$ e o conjunto universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Desenhar um diagrama de Venn-Euler representando esses conjuntos.

9. Observando o diagrama do exercício anterior, escreva por enumeração os seguintes conjuntos:

   (a) $C = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$;

   (b) $D = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$;

   (c) $E = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\}$;

   (d) $F = \{x \in U \mid x \notin A \text{ e } x \notin B\}$.

10. Em um grupo de 29 pessoas, sabe-se que 10 são sócias de um clube A, 13 são sócias de um clube B e 6 são sócias de ambos.

    (a) Quantas pessoas do grupo não são sócias de A e nem de B?

    (b) Quantas pessoas do grupo são sócias apenas do clube A?

    (c) Quantas pessoas do grupo são sócias de A ou de B?

    Segestão: represente os conjuntos em um diagrama de Venn-Euler.

11. Representar por enumeração os seguintes conjuntos:

    (a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é divisor de} - 14\}$;

    (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$;

    (c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 30 \text{ e } x \text{ é primo}\}$;

    (d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -10 < x < 10 \text{ e } x \text{ é primo}\}$;

    (e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par e primo}\}$;

    (f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3 \text{ e } x \text{ é par e primo}\}$;

    (g) $G = \{x \mid x \text{ é letra da palavra arara}\}$.

12. Representar por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x < 2\}$;

(b) $B = \{x \mid x = 2m \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;

(c) $C = \{x \mid x = 2m + 1 \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;

(d) $D = \{x \mid x = 3m \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;

(e) $E = \{x \mid x = 5m - 1 \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;

(f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 < 2x < 11\}$;

(g) $G = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < 2x - 3 < 13\}$;

(h) $H = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 5x - 3 < 25\}$;

(i) $I = \{x \in \mathbb{N} \mid 19 < 5x - 7 < 22\}$.

Observação: O conjunto B acima também pode ser escrito como $B = \{2m \mid m \in \mathbb{N}\}$. Tente reescrever C, D e E da mesma forma.

13. Considere $B = \{\emptyset, 4, \{4\}, 5, 3\}$ e diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $4 \notin B$; **(b)** $\{4\} \in B$; **(c)** $5 \in B$; **(d)** $\{5\} \in B$; **(e)** $\emptyset \in B$;

(f) $2 \notin B$; **(g)** $\{\emptyset\} \in B$; **(h)** $\{3\} \in B$; **(i)** $3 \notin B$.

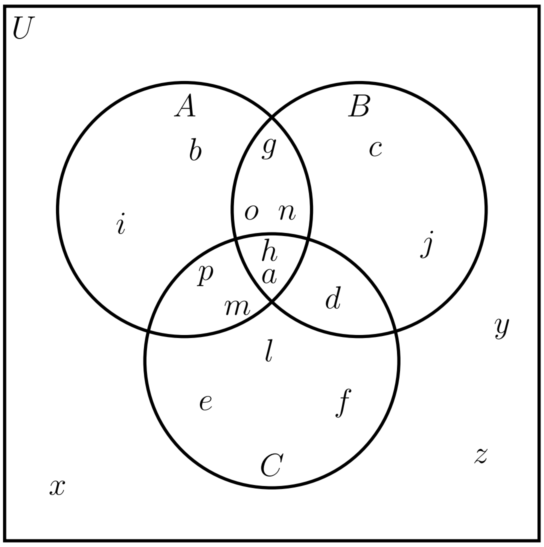
14. Considere $A = \{1, \emptyset, \{1, 5\}, \{1\}, 5\}$ e determine se é verdadeiro ou falso:

(a) $1 \in A$; **(b)** $\{1\} \in A$; **(c)** $5 \in A$; **(d)** $\{5\} \in A$;

(e) $\{\{1\}\} \in A$; **(f)** $\{5, 1\} \in A$; **(g)** $\emptyset \notin A$; **(h)** $\{\emptyset\} \notin A$.

15. Em uma escola com 450 alunos, sabe-se que: 217 jogam vôlei, 276 jogam futebol e 29 não praticam vôlei nem futebol. Nessas condições, determinar quantos alunos praticam futebol e vôlei.

16. Observando o diagrama ao lado, escrever por enumeração os seguintes conjuntos:



(a) A;

(b) $D = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$;

(c) $E = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in C\}$;

(d) $F = \{x \mid x \in A,\ x \in B \text{ e } x \in C\}$;

(e) $G = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin C\}$;

(f) $H = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin B\}$.

17. Observando o diagrama do exercício anterior, determinar:

(a) $n(B)$, lembrando que $n(X)$ representa o número de elementos do conjunto X;

(b) $n(J)$, em que $J = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \text{ ou } x \in C\}$;

(c) $n(L)$, em que $L = \{x \mid x \in B \text{ e } x \in C\}$;

(d) $n(M)$, em que $M = \{x \mid x \in C \text{ ou } x \in B\}$;

(e) $n(P)$, em que $P = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin M\}$;

(f) $n(Q)$, em que $Q = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in M\}$;

(g) $n(R)$, em que $R = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin M\}$.

18. Dizer se é verdadeiro ou falso:

(a) $\{1,2,3\}=\{3,1,2\}$; **(b)** $\{1,4,5,4\}=\{1,4,5\}$;
(c) $\{0,1,2\}=\{0,1\}$; **(d)** $\{a,b,a\}=\{a,b,c\}$;
(e) $\{x\in\mathbb{N}\mid 2x=5\}=\emptyset$; **(f)** $\{x\in\mathbb{N}\mid 0\cdot x=0\}=\emptyset$;
(g) $\{x\mid x$ é letra da palavra banana$\}=\{a,b,n\}$.

19. Considere $A=\{0,1,2,3\}$ e diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $1\in A$; **(b)** $4\in A$; **(c)** $2\notin A$; **(d)** $5\notin A$;
(e) $1\subset A$; **(f)** $\{1\}\subset A$; **(g)** $\{1,3\}\subset A$; **(h)** $\emptyset\subset A$;
(i) $A\not\subset A$; **(j)** $\{1,2,3,4\}\subset A$; **(k)** $\{2,5,6\}\not\subset A$; **(l)** $\{0,5\}\subset A$;
(m) $\{4,5\}\not\subset A$; **(n)** $\{0\}\in A$; **(o)** $\{0\}\subset A$; **(p)** $\{1\}\notin A$;
(q) $\{1\}\not\subset A$; **(r)** $\{0,1,2,3\}\subset A$; **(s)** $\{1,2\}\subset A$; **(t)** $\{1,2\}\in A$.

20. Considere $A=\{\emptyset,1,2,\{2\},\{1,2\}\}$ e diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $\emptyset\in A$; **(b)** $\emptyset\subset A$; **(c)** $1\in A$; **(d)** $2\notin A$;
(e) $\{2\}\subset A$; **(f)** $\{2\}\in A$; **(g)** $\{1,2\}\not\subset A$; **(h)** $\{1,2\}\notin A$;
(i) $\{1\}\in A$; **(j)** $\{1\}\subset A$; **(k)** $\{\emptyset,1,\{2\}\}\subset A$; **(l)** $\{\{2\},\emptyset,\{1,2\}\}\not\subset A$;
(m) $\{\emptyset,\{1\},\{2\}\}\subset A$.

21. Considere o conjunto $A=\{1,\emptyset,\{1,5\},\{1\},5\}$ e diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $1\in A$; **(b)** $1\subset A$; **(c)** $\{1\}\in A$; **(d)** $\{1\}\subset A$;
(e) $\{5\}\in A$; **(f)** $\{5\}\subset A$; **(g)** $\emptyset\in A$; **(h)** $\emptyset\subset A$;
(i) $\{1,5\}\in A$; **(j)** $\{1,5\}\subset A$; **(k)** $\{1,\{1\}\}\subset A$; **(l)** $\{1,\{1,5\},\{5\}\}\subset A$.

22. Diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $\{1,4,5,6\}\supset\{1,4\}$; **(b)** $\{1,3\}\not\supset\emptyset$; **(c)** $\{2\}\subset\emptyset$; **(d)** $1\subset\{1,\{1\}\}$;
(e) $1\in\{1,\{1\}\}$; **(f)** $\{1\}\subset\{1,\{1\}\}$; **(g)** $\{1\}\in\{1,\{1\}\}$; **(h)** $\emptyset\in\{\emptyset,\{1\}\}$.

23. Diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $\emptyset\subset\{\emptyset,\{1\}\}$; **(b)** $\emptyset\subset\{1,\{2\}\}$; **(c)** $\emptyset\in\{1,\{2\}\}$;
(d) $\{1\}\notin\{1,\{2\}\}$; **(e)** $\{2\}\notin\{1,\{2\}\}$; **(f)** $\{4,5,\{4\}\}\supset\{4,5\}$;
(g) $\{4,5,\{4\}\}\supset\{4,\{4\}\}$; **(h)** $\{4,\{5\},\{4\}\}\supset\{5\}$; **(i)** $\{4,\{5\},\{4\}\}\supset\{4,\emptyset\}$.

24. Determinar todos os subconjuntos do conjunto $A=\{1,2,3,4,5\}$ que tenham exatamente 3 elementos.

25. Para cada um dos conjuntos abaixo, determinar por enumeração o conjunto das partes e o seu número de elementos:

(a) $A=\{2,3\}$; **(b)** $B=\{5\}$; **(c)** $C=\{2,4,6\}$; **(d)** $D=\emptyset$; **(e)** $E=\{0,1,2,3\}$.

26. Considere $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ e $B=\{1,2,3,4,6,8,9\}$ e determine por enumeração os conjuntos:

(a) $A\cap B$; **(b)** $A\cup B$; **(c)** $A-B$; **(d)** $B-A$.

27. Considere $A=\{a,b,c\}$ e $B=\{m,n,p,q\}$ e determine por enumeração os conjuntos:

(a) $A\cap B$; **(b)** $A\cup B$; **(c)** $A-B$;
(d) $B-A$; **(e)** $A\cap\emptyset$; **(f)** $B\cup\emptyset$.

28. Considere $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 2\le x<8\}$ e $B=\{3,4,6\}$ e determine por enumeração os conjuntos:

(a) $A\cap B$; **(b)** $A\cup B$; **(c)** $A-B$; **(d)** $B-A$.

29. Observando o diagrama de Venn-Euler ao lado, determine por enumeração:

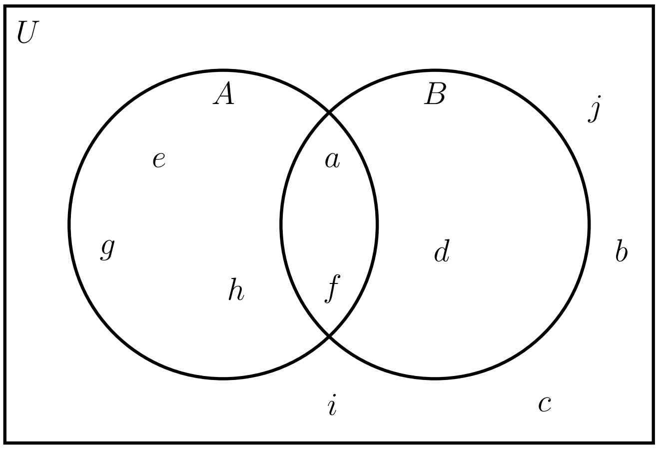
(a) $\overline{A}$; **(b)** $\overline{B}$;

(c) $\overline{A \cap B}$; **(d)** $\overline{A \cup B}$;

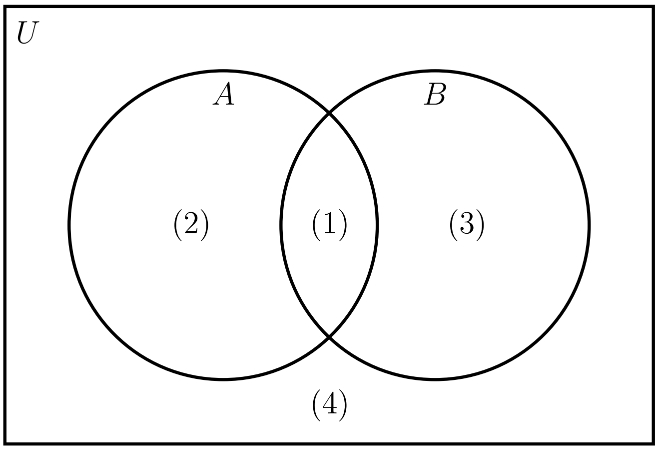
(e) $\overline{A - B}$; **(f)** $\overline{B - A}$;

(g) $\overline{A} \cap \overline{B}$.

Observação: lembre-se de que $\overline{X}$ denota o complementar de X, isto é $\overline{X} = \{x \in U \mid x \notin X\}$.



30. No diagrama de Venn-Euler abaixo, cada região foi denominada com um número entre parênteses. Indicar as regiões que determinam:



(a) $A \cap B$; **(b)** $A \cup B$; **(c)** $A - B$;

(d) $\overline{A}$; **(e)** $\overline{B}$; **(f)** $\overline{A \cap B}$;

(g) $\overline{A \cup B}$; **(h)** $\overline{A - B}$; **(i)** $\overline{B - A}$.

31. Considere o diagrama de Venn-Euler do exercício anterior. Usando apenas os conjuntos A, B e seus complementares e apenas a operação de intersecção, caracterize cada uma das quatro regiões do diagrama. *Exemplo:* A região (1) é dada por $A \cap B$.

32. No diagrama de Venn-Euler abaixo, cada região foi denominada com um número entre parênteses. Indicar as regiões que determinam:

(a) A; **(b)** B; **(c)** $A \cap B$;

(d) $A \cap C$; **(e)** $B \cap C$; **(f)** $A \cap B \cap C$;

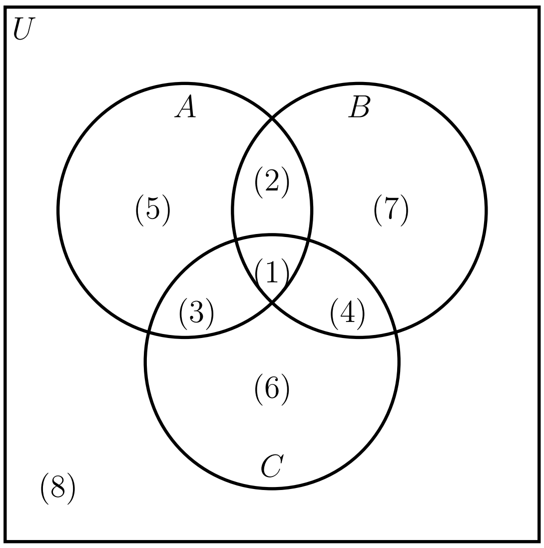
(g) $A \cup B$; **(h)** $A \cup C$; **(i)** $B \cup C$;

(j) $A \cup B \cup C$; **(k)** U; **(l)** $\overline{A}$;

(m) $\overline{B}$; **(n)** $\overline{A \cap B}$; **(o)** $\overline{B \cap C}$;

(p) $\overline{A \cup C}$; **(q)** $\overline{A \cup B}$; **(r)** $\overline{A \cap B \cap C}$;

(s) $\overline{A \cup B \cup C}$.



33. Considerando o diagrama de Venn-Euler do exercício anterior, indicar as regiões que determinam:

(a) $X = [(A \cap B) - C] \cup (\overline{A \cup B \cup C})$;

(b) $Y = [(B \cap C) - A] \cup [(A \cap C) - (A \cap B)]$;

(c) $Z = (A \cap B \cap C) \cup [C - (A \cup B)]$;

(d) $Y \cup Z$;

(e) $\overline{X} \cap (\overline{Y \cup Z})$.

34. Considere o diagrama de Venn-Euler do exercício 32. Usando apenas os conjuntos A, B, C e seus complementares e apenas a operação de intersecção, caracterize cada uma das oito regiões do diagrama.

35. Se fosse possível desenhar um diagrama de Venn-Euler envolvendo quatro conjuntos A, B, C e D (mais o conjunto universo U), quantas regiões ficariam determinadas? Você consegue generalizar sua resposta para mais conjuntos?

36. Sejam A e B subconjuntos de E tais que: $n(A) = 2549$, $n(B) = 1217$, $n(A \cap B) = 412$ e $n(E) = 3614$. Determine $n(E - (A \cup B))$. *Sugestão:* observe o exercício 10.

37. Sejam A e B subconjuntos de U tais que: $n(A) = 31$, $n(B) = 16$, $n(U) = 130$ e $n(\overline{A \cup B}) = 83$. Determine $n(A \cap B)$.

38. Em um universo de 1000 pessoas, foi feita uma pesquisa a respeito do consumo de três produtos A, B e C, obtendo-se os resultados da tabela ao lado. Determine quantas pessoas que consomem:

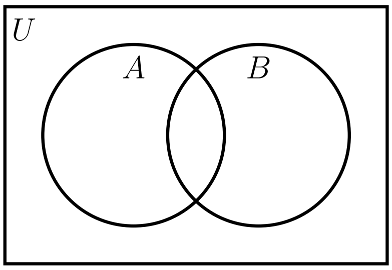
- **(a)** somente o produto A;
- **(b)** A ou B;
- **(c)** A ou B ou C;
- **(d)** nenhum dos três produtos.

Produto(s)	Consumidores
A	430
B	560
C	470
A e B	265
A e C	275
B e C	300
A, B e C	230

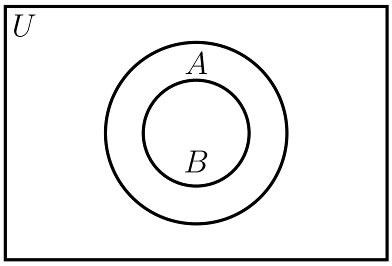
39. Considere $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$ e determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A \times B$; **(b)** $B \times A$; **(c)** $A \times A$; **(d)** B^2; **(e)** $A \times \emptyset$.

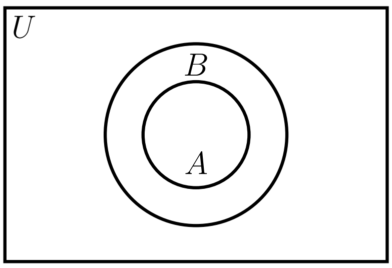
40. Nos diagramas seguintes, pintar as regiões que determinam o conjunto $A \cap B$, em cada caso.



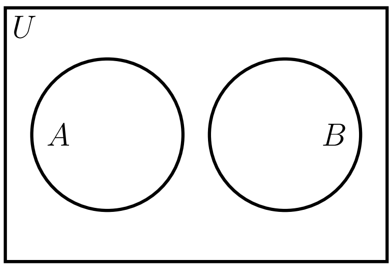
(a)



(b)



(c)



(d)

41. Faça o mesmo nas figuras do exercício acima para $A \cup B$, $A - B$ e $B - A$.

Atenção: os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3, 7\}$ e $D = \{-2, -1, 0, 2, 3, 5\}$ são válidos para os exercícios 42 até 49.

42. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A \cap D$; **(b)** $A \cap B$; **(c)** $A \cap C$; **(d)** $B \cap C$;

(e) $C \cap \emptyset$; **(f)** $B \cap D$; **(g)** $A \cap C \cap D$; **(h)** $A \cap B \cap C \cap D$.

43. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A \cup D$; **(b)** $A \cup B$; **(c)** $A \cup C$;

(d) $B \cup C$; **(e)** $B \cup \emptyset$; **(f)** $B \cup C \cup D$.

44. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A - B$; **(b)** $B - A$; **(c)** $A - C$; **(d)** $C - A$; **(e)** $A - D$;

(f) $D - A$; **(g)** $A - \emptyset$; **(h)** $\emptyset - A$; **(i)** $B - C$; **(j)** $C - B$.

45. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $\complement_A^B$; **(b)** $\complement_A^C$; **(c)** $\complement_A^D$; **(d)** $\complement_A^\emptyset$; **(e)** $\complement_C^C$;

(f) $\complement_C^B$; **(g)** $\complement_D^B$; **(h)** $\complement_B^A$; **(i)** $\complement_C^A$.

Observação: lembre-se de que $\complement_X^Y = X - Y$.

46. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A - (B \cup C)$; **(b)** $\complement_A^{(C \cap A)}$; **(c)** $A - (B \cap C)$.

47. Chama-se *diferença simétrica* dos conjuntos X e Y ao conjunto $X \vartriangle Y = (X - Y) \cup (Y - X)$. Nessas condições, determine por enumeração:

(a) $B \vartriangle D$; **(b)** $(B \cup D) - (B \cap D)$.

As respostas iguais obtidas acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos?

48. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $B \cap (C \cup D)$; **(b)** $(B \cap C) \cup (B \cap D)$.

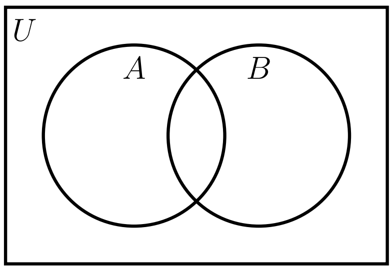
As respostas iguais obtidas acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos?

49. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A \cup (B \cap D)$; **(b)** $(A \cup B) \cap (A \cup D)$.

As respostas iguais obtidas acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos?

50. No diagrama de Venn-Euler ao lado, pinte as regiões que determinam o conjunto $A \vartriangle B$ (ver definição no exercício 47).

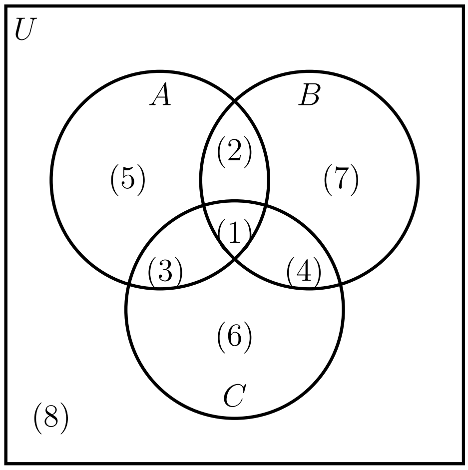


51. Considere $A = \{0, 1, 4, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 6\}$ e o conjunto universo $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10\}$. Faça um diagrama e, em seguida, determine:

(a) $n(A \cap B)$; **(b)** $n(A \cup B)$; **(c)** $n(\overline{A})$;

(d) $n(\overline{B})$; **(e)** $n(\overline{A \cap B})$; **(f)** $n(\overline{A \cup B})$.

52. Utilizando-se do diagrama ao lado, verifique que a igualdade $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ nem sempre é verdadeira. Em seguida, complete tal igualdade de modo que ela se torne sempre verdadeira, quaisquer que sejam os conjuntos A, B e C.



53. Em uma classe com 50 alunos sabe-se que: 26 falam francês, 31 falam inglês, 8 não falam francês e nem inglês.

(a) Quantos falam francês ou inglês? **(b)** Quantos falam as duas línguas?

54. Sobre três conjuntos A, B e C, sabe-se que: $n(A \cap B \cap C) = 4$, $n(A \cap B) = 6$, $n(A \cap C) = 7$, $n(B \cap C) = 14$, $n(A) = 15$, $n(A \cup B) = 34$, $n(B \cup C) = 41$. Nestas condições, determinar:

(a) $n(B)$; **(b)** $n(C)$; **(c)** $n(A \cup B \cup C)$;
(d) $n(A - B)$; **(e)** $n(C - A)$; **(f)** $n((A \cap B) - C)$.

55. Sejam A e B subconjuntos de U tais que $n(A) = 9$, $n(B) = 11$, $n(A \cap B) = 5$ e $n(U) = 22$. Determine:

(a) $n(A \cup B)$; **(b)** $n(A - B)$; **(c)** $n(B - A)$; **(d)** $n(\overline{A \cup B})$.

56. Determine todas as possibilidades para o conjunto A sabendo que $\{4, 5\} \subset A \subset \{0, 4, 5, 6\}$.

57. Determine o número de subconjuntos de $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 8\}$.

58. Determine o número de subconjuntos de $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 40\}$.

59. Sabe-se que A é um conjunto com 30 elementos. É possível que A seja o conjunto das partes de algum outro conjunto?

60. Dizer se é verdadeiro ou falso. No caso de ser verdadeiro, justifique e, no caso de ser falso, corrija a sentença.

(a) Se $A \subset B$, então $A \cap B = A$. **(b)** Se $A \cap B = A$, então $A \subset B$.
(c) Se $A \subset B$, então $A \cup B = B$. **(d)** Se $A \cup B = B$, então $A \subset B$.
(e) Se $A \subset B$, então $A - B = A$. **(f)** Se $A - B = A$, então $B = \emptyset$.
(g) Se $A \subset B$, então $B - A = \emptyset$. **(h)** Se $A \cap B = \emptyset$, então $A - B = A$.
(i) $A \cap \emptyset = A$, $\forall$ A. **(j)** $A \cup \emptyset = A$, $\forall$ A.
(k) Se $A \cap B = \emptyset$, então $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$. **(l)** $\emptyset \subset A$, $\forall$ A.

61. Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 7, 9, 12, 13\}$, $B = \{0, 1, 2, 5, 8, 9, 10\}$, $C = \{0, 2, 4, 7, 8\}$ e o conjunto universo $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 14\}$ e determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $X = [(A \cap B) - C] \cup (\overline{A \cup B \cup C})$;

(b) $Y = \{[(B \cap C) - A] \cup [(A \cap C) - (A \cap B)]\} \cup (A \cap B \cap C) \cup [C - (A \cup B)]$;

(c) $\overline{X} \cap \overline{Y}$.

62. Considere os conjuntos $A = \{1, 5, 9\}$, $B = \{1, 6, 7, 8, 9\}$ e o conjunto universo $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 14\}$ e determine por enumeração os seguintes conjuntos:

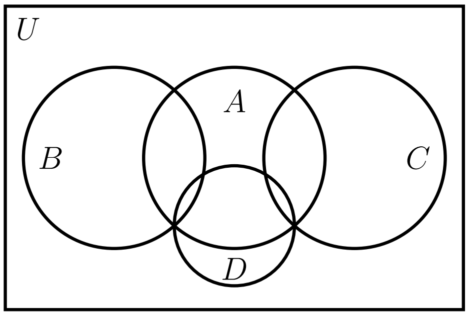
(a) $\overline{A \cap B}$; **(b)** $\overline{A} \cup \overline{B}$; **(c)** $\overline{A \cup B}$; **(d)** $\overline{A} \cap \overline{B}$.

As respostas iguais obtidas acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos A e B?

63. No diagrama de Venn-Euler abaixo, pinte a região que determina o conjunto

$(B - D) \cup \{[(C \cap A) \cup (A \cap B)] - D\} \cup (D - A)$.

Observação: a configuração ao lado não é a mais geral possível envolvendo quatro conjuntos (ver exercício 35).



64. Sejam A e B subconjuntos de U tais que $n(A) = 80$, $n(B) = 60$, $n(A \cup B) = 117$ e $n(U) = 200$. Determine:

(a) $n(\overline{A \cup B})$; **(b)** $n(A - B)$; **(c)** $n(B - A)$; **(d)** $n(A \cap B)$.

65. Sejam A e B conjuntos tais que $n(A) = 30$, $n(A \cup B) = 60$ e $n(A \cap B) = 20$. Determine:

(a) $n(B)$; **(b)** $n(B - A)$; **(c)** $n(A - B)$.

66. Sejam A, B e C conjuntos tais que $n(A) = 17$, $n(B) = 20$, $n(C) = 15$, $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cap C) = 5$, $n(B \cap C) = 6$ e $n(A \cup B \cup C) = 36$. Determine:

(a) $n(A \cap B \cap C)$; **(b)** $n(A - B)$; **(c)** $n(A - (B \cup C))$; **(d)** $n(A - (B \cap C))$.

67. Considere os conjuntos $A = \{1, 3\}$, $B = \{-2, 1, 2\}$ e $C = \{-1, 0, 1, 4\}$ e determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A \times B \times C$; **(b)** A^3.

Lista de exercícios retirada e adaptada de

A. Z. Aranha e M. B. Rodrigues – *Exercícios de Matemática - vol. 1, Revisão de 1º grau.* Segunda edição, Editora Policarpo, São Paulo, 1998.