Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

3ª lista de exercícios (20/03/2017 a 24/03/2017)

1. Resolva as expressões abaixo:

(a) 2^4; **(b)** 7^3; **(c)** 0^5; **(d)** 1^{13}; **(e)** $(-1)^6$; **(f)** $(-1)^7$;

(g) $(-2)^4$; **(h)** -2^4; **(i)** $(-5)^3$; **(j)** -5^3; **(k)** $(-1^3)^4$; **(l)** $(-1^4)^3$;

(m) $((-1)^4)^3$; **(n)** $((-1)^3)^4$; **(o)** $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; **(p)** $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; **(q)** $\left(\frac{-5}{2}\right)^2$; **(r)** $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$;

(s) $\left(\frac{-2}{3}\right)^4$.

2. Simplifique, usando as propriedades de potenciação:

(a) $a^5 \cdot a^7$; **(b)** $a^3 \cdot a^{-4}$; **(c)** $\frac{3^4}{3^6}$; **(d)** $(7^2)^3$; **(e)** 7^{2^3};

(f) $8^{-3} : 2^{-5}$; **(g)** $4^6 \div 16^5$; **(h)** $(2^4 \cdot 2)/2^6$; **(i)** $(-5a^3)^7$.

3. Usando as propriedades da potenciação, simplificar e dar a resposta na forma de potências de números primos:

(a) $\frac{12^5 \cdot 20^3}{30^4}$; **(b)** $\left(\frac{-8^4 \cdot 32^2}{2^2 \cdot 4^{10}}\right)^3$; **(c)** $\frac{3^0 \cdot 3 \cdot 3^5}{(3^2)^4}$;

(d) -2^6; **(e)** $(-13^5)^2$; **(f)** $(-11^6)^4$;

(g) $(-8^8)^5$; **(h)** $[(-28)^2]^3$; **(i)** $(-16)^{2^3}$;

(j) $(3 \cdot 2^5 \cdot 2^{13})^2$; **(k)** $\left[-\left(\frac{3^6 \cdot 6^{3^2} \cdot (4^2)^4}{27^2 \cdot 2}\right)^2\right]^3$.

4. Dizer, em cada caso, se a igualdade é verdadeira ou falsa:

(a) $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$; **(b)** $(3+4)^2 = 3^2 + 4^2$; **(c)** $2^5 : 2^3 = 2^2$; **(d)** $(a-b)^2 = a^2 - b^2$;

(e) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = a^2 - b^2$; **(f)** $\frac{a^2}{b^2} = a^2 - b^2$; **(g)** $\frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$; **(h)** $(a^2)^3 = a^{2^3}$;

(i) $-2^4 = (-2)^4$; **(j)** $\frac{14^2}{7^2} = 4$; **(k)** $5^3 \cdot 2^3 = 10^3$; **(l)** $a^3 \cdot a^2 = a^6$;

(m) $7^3 \cdot 4^3 = 28^3$; **(n)** $x^{15} : x^5 = x^3$; **(o)** $(a^2+b^3)^4 = a^8+b^{12}$; **(p)** $(2+5)^2 = 2^2+5^2$;

(q) $(9^4)^6 = 9^{24}$; **(r)** $\frac{a^8}{a^4} = a^4$; **(s)** $(5-4)^2 = 5^2 - 4^2$; **(t)** $2^3 \cdot 5^2 = 10^5$.

Observação. Alguns itens acima não fazem sentido para situações particulares de a e b. Por exemplo, os itens (e), (f) e (g) não estão definidos no caso $b = 0$. Nesses itens, faça a análise da igualdade nos casos em que a expressão faz sentido (por exemplo, em (e), (f) e (g) diga se o item é verdadeiro ou falso já assumindo que $b \neq 0$).

5. Simplificar o quanto for possível, dando as respostas na forma de potências de 10:

(a) 1; **(b)** 100; **(c)** $0,000001$; **(d)** 100^3;
(e) $(-0,1)^{-3}$; **(f)** $-0,01^6$; **(g)** $-(-1000)^3$; **(h)** $1000^2 \cdot 0,01^2$;
(i) $(-100)^4 : (-10)^5$; **(j)** $(0,001)^{-3} : (-100)^{-2}$.

6. Simplifique a expressão
$$\frac{100^3 \cdot (-0,1)^{-3} \cdot (-0,001)^{-4} \cdot [-(-1000)^3]}{-0,01^6 \cdot (-10000)^{-5}}.$$

7. Tornar verdadeiras as igualdades seguintes, multiplicando os segundos membros por potências de 10 convenientes (seguir o modelo do item (a)):

(a) $0,00092 = 0,92 \cdot 10^{-3}$ **(b)** $5100 = 5,1\,\cdot$ **(c)** $0,0483 = 483\,\cdot$
(d) $127000 = 127\,\cdot$ **(e)** $201 = 2,01\,\cdot$ **(f)** $80,21 = 80210\,\cdot$

8. Calcule o valor da expressão
$$E = \frac{0,1 \cdot 0,001 \cdot 10^{-1}}{10 \cdot 0,0001}$$
e, a seguir, determine o valor de x em cada caso, sabendo que:

(a) $E = a \cdot x$ e $a = 10^{-3}$; **(b)** $E = a : x$ e $a = 10^{-5}$;
(c) $E = x : a$ e $a = 10000$; **(d)** $E = (x : a)^2$ e $a = 1000$.

9. Efetuar as operações seguintes, dando as respostas em notação científica (isto é, com apenas um algarismo nãoo nulo à esquerda da vírgula):

(a) $1002 \cdot 10^{-1} + 32 \cdot 10^{-5}$; **(b)** $25 - 12 \cdot 10^{-3}$;
(c) $5 \cdot 10^{40} + 9 \cdot 10^{42}$; **(d)** $9,43 \cdot 10^{-13} - 0,0001025 \cdot 10^{-8}$;
(e) $(0,0809 \cdot 10^{32}) \cdot (0,37 \cdot 10^{45})$; **(f)** $(1,311 \cdot 10^{-41}) : (5700 \cdot 10^{-30})$.

10. Simplifique e dê as respostas na forma de potências de 2:

(a) $-(-0,5)^{-3}$; **(b)** $(-0,125^2)^{-3}$; **(c)** $0,03125^{-5}$;
(d) $8^4 \cdot 0,5^3$; **(e)** $(-0,25)^{-2} \cdot (-32)^{-3}$; **(f)** $(-0,125)^{-3} : (-0,25)^{-4}$.

11. Simplifique e dê as respostas na forma de potências de 2:

(a) $x = (-128^2)^{3^2} \cdot (-64^2)^{(-3)^2} \cdot (512^3)^{-3^2}$;

(b) $y = \left[(0,125^{-2})^3 \cdot (0,0625^{-1})^2\right]^2 : (0,25)^{-2}$;

(c) $z = (0,0625)^{\frac{1}{4}} : \left[(-0,125)^6 \cdot (-1024)^{-2} \cdot (0,485^3)^0\right]^{-2}$.

12. Simplifique a expressão
$$\frac{(-27^3)^5 \cdot [(-243)^{-2}]^4 \cdot 0,\overline{037}^4}{[-(-0,\overline{1})^{-2}]^{-3} \cdot (-729^2)^{-3} \cdot [-(0,\overline{3}^4)^{-2}]^5 \cdot 9}$$
e dê a resposta na forma de potência de 3.

13. Resolva as expressões abaixo e dê a resposta em forma de potência.

(a) $0,5^3$; **(b)** $0,1^2$; **(c)** $0,12^0$; **(d)** $(-0,0625)^4$.

Observação. Tente resolver por dois métodos: (1) resolver as potências na forma decimal e depois converter para fração e (2) converter a base da potência para fração e depois efetuar a potência.

14. Resolva as expressões abaixo e dê a resposta na forma decimal.

(a) $(0,2)^2$; **(b)** $1,3^2$; **(c)** $-0,42^2$; **(d)** $(-0,15)^2$.

Observação. Tente resolver por dois métodos: (1) resolver as potências na forma decimal e (2) converter a base da potência para fração, efetuar a potência e depois converter para escrita decimal.

15. Simplifique a expressões:

(a) $\dfrac{10\cdot 0,01+0,2\cdot 10^{-3}}{0,005}-\dfrac{4\cdot 10^{-3}\cdot 3\cdot 10^{-5}}{0,0005\cdot 10^{-3}}$;

(b) $\left\{\left[0,1^{-2}\cdot\left(0,0001^{-\frac{1}{4}}\right)^5\right]:\dfrac{1}{(1000^{-2})^{\frac{1}{6}}}\right\}\cdot\left[(100^{-2})^3\cdot(0,1^3)^{-4}\right]$;

(c) $\dfrac{\left[-\left(0,\overline{037}\right)^{-10}\right]\cdot(-0,111...)^{-1}}{(-9)^{-3^2}\cdot\left(0,\overline{3}\right)^{-18}\cdot 729^{\frac{1}{3}}\cdot\left\{\left[\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-2}\right]^5\right\}^{-3}}$;

(d) $\dfrac{3^{2x-1}-9^x\cdot 5+2\cdot 9^{x-1}}{9^x+27\cdot 3^{2x-3}-2\left(3^{x-1}\right)^2}$;

(e) $\dfrac{5\cdot 8^{x-1}-16^{\frac{3x}{4}+\frac{1}{2}}}{3\cdot 64^{\frac{x}{2}-\frac{5}{6}}-\dfrac{3}{4}\cdot 512^{\frac{x+1}{3}}}$;

(f) $\dfrac{2^{n+4}+2^{n+2}+2^{n-1}}{2^{n-2}+2^{n-1}}$;

(g) $\dfrac{32^{\frac{x}{15}+\frac{3}{5}}+3\cdot\left(\dfrac{1}{8}\right)^{-\frac{x}{9}-\frac{2}{3}}-9\cdot 4^{\frac{x}{6}+\frac{1}{2}}}{2^{\frac{x}{3}+4}+9\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-\frac{x}{3}-1}-2^{\frac{x}{3}+5}}$;

(h) $\dfrac{3\cdot 2^{-2x+6}-2^{-2x+5}-9\cdot 2^{-2x+4}}{5\cdot 2^{-2x+2}-2^{-2x+4}-3\cdot 2^{-2x}}$;

(i) $\dfrac{\left(\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{x}{3}-1}-(4^{-1})^{\frac{x}{2}-3}}{0,0625^{\frac{x}{4}-1,5}+30\cdot 0,03125^{\frac{x}{5}}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-2}}$.

16. Resolva as expressões abaixo:

(a) $|5|$; **(b)** $|0|$; **(c)** $\left|-\dfrac{1}{2}\right|$; **(d)** $\left|0,\overline{3}\right|$;

(e) $|7-5|$; **(f)** $|5-7|$; **(g)** $|a-a|$, com $a \in \mathbb{R}$; **(h)** $\left|2-\sqrt{3}\right|$;

(i) $\left|2+\sqrt{3}\right|$; **(j)** $\left|\sqrt{3}-2\right|$; **(k)** $\left|-2-\sqrt{3}\right|$; **(l)** $|a-b|$, com $a > b$;

(m) $|a-b|$, com $a < b$; **(n)** $|a-b|$, com $a = b$; **(o)** $|a-1|$, com $a \geq 1$; **(p)** $|a-1|$, com $a \leq 1$;

(q) $|a-1|$, com $a > 3$; **(r)** $|a-1|$, com $a < -2$; **(s)** $\left|\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right|$; **(t)** $|\pi-3|$;

(u) $|3-\pi|$; **(v)** $|\sqrt{2}-1|$; **(w)** $|1-\sqrt{2}|$.

17. Resolva as expressões abaixo, indicando as que não estão definidas em $\mathbb{R}$:

(a) $\sqrt[3]{8}$; **(b)** $\sqrt[3]{-27}$; **(c)** $\sqrt[3]{0}$; **(d)** $\sqrt[7]{-128}$; **(e)** $\sqrt{-9}$; **(f)** $\sqrt[4]{625}$.

(g) $\sqrt[3]{125}$; **(h)** $\sqrt{36}$; **(i)** $\sqrt[5]{-1}$; **(j)** $\sqrt[4]{-81}$; **(k)** $\sqrt[7]{0}$; **(l)** $\sqrt[6]{0}$;

(m) $\sqrt{144}$; **(n)** $\sqrt[12]{1}$; **(o)** $\sqrt[8]{-1}$; **(p)** $\sqrt[7]{1}$; **(q)** $\sqrt[15]{-1}$; **(r)** $\sqrt{-121}$.

18. Simplifique as expressões abaixo, indicando as que não estão definidas em $\mathbb{R}$:

(a) $\sqrt{(-7)^2}$; **(b)** $\sqrt{-3^2}$;

(c) $\sqrt[3]{(-2)^3}$; **(d)** $\sqrt[3]{-2^3}$;

(e) $\sqrt[4]{(-3)^4}$; **(f)** $\sqrt[14]{5^6}$;

(g) $\sqrt[3]{7^{12}}$; **(h)** $\sqrt[3]{x^3}$, com $x \in \mathbb{R}$;

(i) $\sqrt[p]{a^{n \cdot p}}$, com $a \in \mathbb{R}$ e $n, p \in \mathbb{N}$; **(j)** $\sqrt[5]{2^5 \cdot 2^3}$;

(k) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 3^{12}}$; **(l)** $\sqrt[3]{5^6 \cdot 5 \cdot a^9 \cdot a^2 \cdot x^{15} \cdot x^3}$, com $a, x \in \mathbb{R}$;

(m) $\sqrt[10]{25a^6}$, com $a \in \mathbb{R}$; **(n)** $\sqrt[21]{128a^{14}}$, com $a \in \mathbb{R}$;

(o) $\sqrt{72x^5y^4}$, com $x, y \in \mathbb{R}$ e $x \geq 0$; **(p)** $\sqrt[5]{(\sqrt{8}-1)^5}$;

(q) $\sqrt[6]{(\sqrt{8}-3)^6}$; **(r)** $\sqrt[8]{(a-b)^8}$, com $a \geq b$;

(s) $\sqrt{a^2}$; **(t)** $\sqrt[3]{m^3}$;

(u) $\sqrt[4]{(x-y)^4}$; **(v)** $\sqrt[n]{a^n}$, com $n \in \mathbb{N}^*$;

(w) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{2^{20}}}}\right)^5$.

19. Transformar os radicais seguintes em potências de expoentes fracionários e, a seguir, simplificar quando possível (seguir exemplo do item (a)):

(a) $\sqrt[12]{5^8} = 5^{\frac{8}{12}} = 5^{\frac{2}{3}}$;

(b) $\sqrt[30]{x^{18}}$, $x \in \mathbb{R}$;

(c) $\sqrt[3]{11^{21}}$;

(d) $\sqrt{7}$;

(e) $\sqrt[n]{6}$, $n \in \mathbb{N}^*$;

(f) $\sqrt[6]{1024}$.

(g) $\sqrt{a^2\, a\, b^6\, b\, c^4}$, com $a \geq 0$ e $b \geq 0$;

(h) $\sqrt[4]{2^4\, 3^2\, x^8\, x^3}$, com $x \geq 0$;

(i) $\sqrt[7]{x^{16}}$;

(j) $\sqrt[7]{256\, a^8\, b^5\, c^{24}}$;

(k) $\sqrt[6]{64\, a^8\, b^{16}}$;

(l) $\sqrt[3]{432}$.

(m) $\sqrt[3]{a^3 b^2}$;

(n) $\sqrt[3]{2^3 a^6}$;

(o) $\sqrt[5]{2^{15} a^2}$;

(p) $\sqrt[4]{256 a^3}$, com $a \geq 0$;

(q) $\sqrt{32 a^5 b}$, com $a \geq 0$ e $b \geq 0$;

(r) $\sqrt[4]{512\, x^6}$;

(s) $\sqrt[4]{1250\, x^{10}}$;

(t) $\sqrt[3]{6\, a^9 b^8 c^{16}}$;

(u) $\sqrt{32}$;

(v) $\sqrt{27 x^2 y^5}$, com $y \geq 0$;

(w) $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$.

20. Simplifique e dê as respostas em forma de radicais (seguir o exemplo do item (a)):

(a) $16^{\frac{1}{8}} = (2^4)^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$;

(b) $-49^{\frac{1}{2}}$;

(c) $(-6)^{0,5}$;

(d) $-27^{-\frac{1}{3}}$;

(e) $\left(\dfrac{1}{625}\right)^{-4^{-1}}$;

(f) $256^{-\frac{1}{2}}$;

(g) $(0,111\ldots)^{-0,5}$;

(h) $\left[\left(-\dfrac{1}{64}\right)^2\right]^{0,0625}$;

(i) $\left[343^{(-3)^2}\right]^{0,\overline{037}}$;

(j) $\left[5^{(-9)^2}\right]^{-3^{-6}}$.

21. Resolva as expressões abaixo:

(a) $4 \cdot (0.5)^4 + \sqrt{0.25} + 8^{-\frac{2}{3}}$;

(b) $-\sqrt[3]{-8} + 16^{-\frac{1}{4}} - (-\frac{1}{2})^{-2} + 8^{-\frac{4}{3}}$.

22. Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa. No caso de a afirmação ser falsa, dê um exemplo para justificar.

(a) $\sqrt[3]{a+b} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(b) $\sqrt[4]{a \cdot b} = \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}_+$;

(c) $\sqrt[4]{a \cdot b} = \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(d) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}_+^*$;

(e) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(f) $\sqrt[5]{a} - \sqrt[5]{b} = \sqrt{a-b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(g) $\sqrt[6]{x^3 \cdot y} = \sqrt{x \cdot y},\ \forall\, x, y \in \mathbb{R}$;

(h) $\sqrt{(a-b)^2} = a - b,\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(i) $\sqrt{(a-b)^2} = a - b,$ se $a > b$;

(j) $\sqrt[3]{(a-b)^3} = a - b,\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(k) $\sqrt{64}+\sqrt{36}=\sqrt{100}$;

(l) $\sqrt{a^2+b^2}=a+b,\ \forall\, a,b\in\mathbb{R}$;

(m) $\sqrt[12]{a^4b^5}=\sqrt[3]{ab^5},\ \forall\, a,b\in\mathbb{R}$;

(n) $\sqrt[10]{25}=\sqrt{5}$;

(o) $\sqrt[3]{a^3+b^3}=a+b,\ \forall\, a,b\in\mathbb{R}$;

(p) $\sqrt{(a+b)^2}=a+b$, se $a+b\geq 0$;

(q) $\sqrt[4]{\dfrac{x}{16}}=\dfrac{\sqrt[4]{x}}{2}$, se $x\geq 0$;

(r) $\sqrt[5]{a^5-b}=a-\sqrt[5]{b},\ \forall\, a,b\in\mathbb{R}$;

(s) $\sqrt[20]{2^8\,x^{12}}=\sqrt[5]{4x^3},\ \forall\, x\in\mathbb{R}$;

(t) $\sqrt[12]{16}=\sqrt[3]{2}$;

(u) $\sqrt[3]{2a}=\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{a},\ \forall\, a\in\mathbb{R}$;

(v) $\sqrt{\frac{x}{49}}=\frac{\sqrt{x}}{7}$, se $x\geq 0$;

(w) $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$;

(x) $\sqrt{4\cdot 9}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$;

(y) $\sqrt{(-4)\cdot(-9)}=\sqrt{-4}\cdot\sqrt{-9}$;

(z) $\sqrt{(-4)\cdot(-9)}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$.

23. Simplifique as expressões abaixo efetuando somas algébricas de radicais:

(a) $\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-7\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}$;

(b) $\sqrt[5]{4}+10\sqrt[5]{8}-4\sqrt[5]{16}-\sqrt[5]{2^2}+5\sqrt[5]{2^4}-9\sqrt[5]{2^3}$;

(c) $4\sqrt{7}-\left[9\sqrt{5}-\left(2\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\right]-\left[8\sqrt{5}-\left(6\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)\right]$;

(d) $\frac{1}{6}\sqrt[3]{3}-\frac{1}{4}\sqrt[3]{3}+\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt[3]{3}-\frac{1}{2}\sqrt[4]{9}$.

24. Simplifique as expressões abaixo:

(a) $\sqrt[5]{2}+\sqrt[5]{2^6}-3\sqrt[5]{2^{11}}$;

(b) $\sqrt[6]{3}-\frac{1}{5}\sqrt{75}+\frac{1}{2}\sqrt{48}-4\sqrt{12}+\frac{1}{3}\sqrt{27}$;

(c) $-2\sqrt[3]{25}-0.4\sqrt[3]{625}+\frac{3}{4}\sqrt[3]{320}+\frac{1}{3}\sqrt[3]{675}$;

(d) $\dfrac{2\sqrt[4]{512}}{3}-\dfrac{3\sqrt[4]{1250}}{4}+\dfrac{\sqrt[4]{162}}{2}$.

25. Efetuar as multiplicações e divisões seguintes, simplificando o resultado quando possível. *Observação.* Nos itens onde aparecem variáveis, considere que elas assumem valores de modo que seja possível efetuar as operações indicadas.

(a) $\sqrt[6]{a}\sqrt[6]{b}$;

(b) $\sqrt[3]{144}\div\sqrt[3]{6}$;

(c) $\sqrt[5]{2x}\cdot\sqrt[5]{3x^2}\cdot\sqrt[5]{x}$;

(d) $\left(\sqrt[4]{8a^3}\cdot\sqrt[4]{4a^3}\right)\div\sqrt[4]{2a}$;

(e) $\left(\sqrt{162\cdot 1600}\div\sqrt{12}\right)\div\sqrt{15}$.

26. Reduzir o radicais ao mesmo índice (e que este seja o menor possível):

(a) $\sqrt[6]{a}\ ,\ \sqrt[4]{a^3}$;

(b) $\sqrt[3]{a^2b}\ ,\ \sqrt[15]{2a^4b^3}$;

(c) $\sqrt[12]{4x^2y}\ ,\ \sqrt[10]{x^5}\ ,\ \sqrt[24]{9x^2y^4}\ ,\ \sqrt[18]{12x^4y^3}$;

(d) $\sqrt[3]{a^2}\ ,\ \sqrt[4]{b^3}\ ,\ \sqrt[12]{c^5}\ ,\ \sqrt[6]{d}$;

(e) $\sqrt{2}\ ,\ \sqrt[3]{2}\ ,\ \sqrt[4]{2}$;

(f) $\sqrt{3}\ ,\ \sqrt[8]{a^3b^4}$;

(g) $\sqrt[10]{a^2b^2}\ ,\ \sqrt[3]{ab}\ ,\ \sqrt[15]{a^3b^2}$.

27. Coloque em ordem crescente os números: 1, 2, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[4]{8}$ e $\sqrt{7}$.

28. Simplifique sempre que possível:

(a) $\sqrt[15]{x^2}\cdot\sqrt[10]{x^3}$; **(b)** $\sqrt[4]{a}\div\sqrt[12]{a}$;

(c) $\dfrac{\sqrt[24]{8x^2y^5}}{\sqrt[16]{4xy^2}}$; **(d)** $\dfrac{\sqrt[15]{m^2}\cdot\sqrt[20]{m^{17}}}{\sqrt[30]{m^{11}}}$;

(e) $\left(9\sqrt[8]{32a^4b^2c}\cdot 6\sqrt[12]{8a^4b^5c^3}\right)\div\left(27\sqrt[6]{16a^5b^3c^2}\right)$; **(f)** $\dfrac{\dfrac{3xy}{4a}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2a^2}{9xy^2}}}{\dfrac{9x}{2a}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{3x^2}{8ay}}}$.

29. Simplifique sempre que possível:

(a) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{2}}$; **(b)** $\left(\sqrt[6]{a}\right)^{13}$; **(c)** $\sqrt{\sqrt[3]{5^8}}$; **(d)** $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[5]{1024}}}$;

(e) $\left(16\sqrt[4]{8}\right)^2$; **(f)** $\left(2\sqrt{x}\right)^3$; **(g)** $\left(\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt[6]{5^{10}}}{\sqrt[3]{5^2}}}\right)^4$; **(h)** $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{8x^3}}\right)^{14}$.

30. Passe os coeficientes (fatores) para dentro dos radicais (observe o item (a)):

(a) $2\sqrt{5}=\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2^2\cdot 5}=\sqrt{20}$; **(b)** $a\sqrt[4]{x}$;

(c) $\dfrac{1}{a}\sqrt[3]{b}$; **(d)** $a^3\sqrt[5]{b^2}$;

(e) $\dfrac{a^2}{b^3}\sqrt{\dfrac{b^5}{a^3}}$; **(f)** $\dfrac{4}{5}\sqrt[5]{\dfrac{625}{8}}$;

(g) $\sqrt{8\cdot\sqrt[3]{\dfrac{5}{2}}}$; **(h)** $2\cdot\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}\cdot\sqrt{\dfrac{2}{3}}}$;

(i) $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2^{-7}}}}$.

31. Racionalize os denominadores das seguintes frações:

(a) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{2^3}}$; **(b)** $\dfrac{10}{\sqrt[4]{5}}$; **(c)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$; **(d)** $\dfrac{7}{\sqrt[3]{49}}$;

(e) $\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}}}$; **(f)** $\dfrac{1}{\sqrt[5]{ab^2}}$; **(g)** $\dfrac{120}{\sqrt{2\sqrt[3]{3}}}$; **(h)** $\dfrac{15}{10\sqrt[3]{3}}$;

(i) $\dfrac{-30}{\sqrt[3]{18}}$; **(j)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$; **(k)** $\dfrac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; **(l)** $\dfrac{-1}{\sqrt{3}-2}$;

(m) $\dfrac{9\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$; **(n)** $\dfrac{\sqrt{2}-3}{1-\sqrt{2}}$; **(o)** $\dfrac{2}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{3}}$; **(p)** $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{2}}$;

(q) $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{7}}$; **(r)** $\dfrac{2}{2-\sqrt[3]{7}}$.

32. Racionalize os denominadores e efetue as multiplicações nos numeradores:

(a) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{2}}$; **(b)** $\dfrac{12}{\sqrt[4]{10}-\sqrt[4]{4}}$; **(c)** $\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}+1}$; **(d)** $\dfrac{121}{-\sqrt[4]{3}-\sqrt{5}}$;

(e) $\dfrac{3}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}}$; **(f)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{6}}$; **(g)** $\dfrac{-31}{2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$; **(h)** $\dfrac{11}{\sqrt[4]{6}-\sqrt{3}-\sqrt{2}}$;

(i) $\dfrac{1}{\sqrt{6}+2-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; **(j)** $\dfrac{-2}{\sqrt[6]{3}-\sqrt[6]{5}}$; **(k)** $\dfrac{1}{\sqrt[6]{2}+1}$; **(l)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[6]{3}}$;

(m) $\dfrac{-21}{\sqrt[6]{4}+\sqrt[3]{5}}$; **(n)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}$; **(o)** $\dfrac{14}{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}}$; **(p)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[6]{2}+1}$;

(q) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[6]{12}+\sqrt[3]{3}}$.

33. Racionalize os **numeradores** das seguintes frações:

(a) $\dfrac{\sqrt[7]{2^3}}{5}$; **(b)** $\sqrt{3}+\sqrt{2}$; **(c)** $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{9}$;

(d) $\dfrac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$; **(e)** $\dfrac{\sqrt{4+h}-2}{h}$; **(f)** $\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}}{3x-3}$.

Comentário. Você deve estar achando estranho um exercício para racionalizar o numerador. Por acaso você já se perguntou por que racionalizamos o denominador de uma fração? Por que não podemos deixar raízes no denominador? De fato, não há nenhum mal em deixar raízes no denominador. O importante na racionalização é o processo utilizado e saber que uma mesma fração pode ser reescrita de diversas outras formas. Nas disciplinas de cálculo você verá a necessidade de conhecer métodos para reescrever frações removendo raízes do numerador ou do denominador, conforme a situação exigir.

34. Observe os exemplos nos itens (a), (b) e (c) e fatores as expressões dadas:

(a) $5+2\sqrt{6}=3+2\sqrt{6}+2=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$;

(b) $7-4\sqrt{3}=7-2\sqrt{12}=4-2\sqrt{12}+3=(2-\sqrt{3})^2$;

(c) $3-\sqrt{5}=\dfrac{1}{2}(6-2\sqrt{5})=\dfrac{1}{2}(5-2\sqrt{5}+1)=\dfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1)^2$;

(d) $8+2\sqrt{15}$; **(e)** $3+2\sqrt{2}$; **(f)** $9-4\sqrt{5}$;

(g) $4-\sqrt{7}$; **(h)** $7+3\sqrt{5}$; **(i)** $8-4\sqrt{3}$.

35. Transforme as expressões abaixo em radicais simples como no item (a) (verifique na calculadora que a igualdade do item (a) realmente é verdadeira):

(a) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$; **(b)** $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$; **(c)** $\sqrt{8+2\sqrt{12}}$;

(d) $\sqrt{9-6\sqrt{2}}$; **(e)** $\sqrt{25+10\sqrt{6}}$; **(f)** $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

Dica. Observe com atenção o exercício anterior.

Lista de exercícios retirada e adaptada de

A. Z. Aranha e M. B. Rodrigues – *Exercícios de Matemática - vol. 1, Revisão de 1º grau.* Segunda edição, Editora Policarpo, São Paulo, 1998.