



MTM3100 - Pré-cálculo

7ª lista de exercícios (24/04/2017 a 28/04/2017)

1. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

- (a) $(2x - 4)(x - 3) = 0$;
(b) $(2x - 4)(2x^2 - 8) = 0$;
(c) $(x^2 - 7x + 10)(x^2 - 25)(-x + 5) = 0$;
(d) $(x^2 + x - 12)(x^2 + 8x + 12)(4x^2 - x)(2x - 24) = 0$;
(e) $\frac{(x^2 + x - 12)(x^2 + 8x + 12)(4x^2 - x)(2x - 24)}{x^2 - 9} = 0$.

Sugestão. Observe equações já resolvidas na lista 6.

2. Resolva em \mathbb{R} os sistemas de equações abaixo:

(a) $\begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ x - 3 = 0; \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 2x^2 - 8 = 0; \end{cases}$ (c) $\begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x^2 - 25 = 0 \\ -x + 5 = 0. \end{cases}$

3. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

- (a) $(2x - 4)^2 + (x - 3)^2 = 0$;
(b) $(2x - 4)^2 + (2x^2 - 8)^2 = 0$;
(c) $(x^2 - 7x + 10)^2 + (x^2 - 25)^2 + (-x + 5)^2 = 0$.

Sugestão. Analise com cuidado antes de sair fazendo um monte de contas!

4. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

- (a) $x^4 - 13x^2 + 40 = 0$; (b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; (c) $2x^4 + 4x^2 + 1 = 0$;
(d) $x^6 - 2x^3 - 3 = 0$; (e) $x^6 - 8x^3 + 7 = 0$; (f) $x^8 - 8x^4 + 7 = 0$;
(g) $(x - 3)^8 - 8(x - 3)^4 + 7 = 0$.

5. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

- (a) $|x + 2| = 3$; (b) $|3x - 1| = 2$; (c) $|4x - 5| = 0$;
(d) $|2x - 3| = -1$; (e) $|x^2 - 3x - 1| = 3$; (f) $\left| x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{1}{4} \right| = \frac{5}{4}$;
(g) $|x^2 - 4x + 5| = 2$.

6. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $|3x + 2| = |x - 1|$; (b) $|4x - 1| - |2x + 3| = 0$; (c) $|x^2 + x - 5| = |4x - 1|$;
(d) $|x^2 + 2x - 2| = |x^2 - x - 1|$; (e) $|x| = |-x|$.

7. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $|x - 2| = 2x + 1$; (b) $|3x + 2| = 2x - 3$; (c) $|2x - 5| = x - 1$;
(d) $|2x^2 + 15x - 3| = x^2 + 2x - 3$; (e) $|3x - 2| = 3x - 2$; (f) $|4 - 3x| = 3x - 4$.

8. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $|x|^2 + |x| - 6 = 0$; (b) $-|x^2| + 3|x| - 2 = 0$;
(c) $|x - 3|^2 - 5|x - 3| + 6 = 0$; (d) $|x^2 - 1|^2 - 5|x^2 - 1| + 6 = 0$.

9. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $|2x - 3| + |x + 2| = 4$; (b) $|x - 2| + |x - 5| = 3$;
(c) $|x + 1| - |x| = 2x + 1$; (d) $\frac{|x|}{x} = \frac{|x - 1|}{x - 1}$.

10. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $\sqrt{2x - 3} = 5$; (b) $\sqrt{3x - 2} = 4$; (c) $\sqrt{1 - 2x} = 3$;
(d) $\sqrt{1 - 2x} = 0$; (e) $\sqrt{1 - 2x} = -3$; (f) $\sqrt{x^2 - 5x + 13} = 3$;
(g) $\sqrt{2x^2 - 7x + 6} = 2$; (h) $\sqrt{3x^2 - 7x + 4} = 2$; (i) $\sqrt{16 + \sqrt{x + 4}} = 5$;
(j) $\sqrt{5 + \sqrt{3 + x}} = 3$; (k) $\sqrt{x^2 + 5x + 1} + 1 = 2x$; (l) $\sqrt{5x + 10} = 17 - 4x$;
(m) $x + \sqrt{25 - x^2} = 7$; (n) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$; (o) $2 - x - 2\sqrt{x + 1} = 0$;
(p) $\sqrt{x^4 + 2x^2 - x + 1} = 1 - x^2$.

11. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{2x - 4} = 5$; (b) $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 1} = 1$; (c) $\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1} = 1$;
(d) $\sqrt{x - 9} - \sqrt{x - 18} = 1$; (e) $\sqrt{x + 1} = \sqrt{2x + 1}$; (f) $\sqrt{2x + 2} - \sqrt{x - 1} = 2$.

12. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $\sqrt[3]{2x + 1} = 3$; (b) $\sqrt[3]{3x - 5} = 1$; (c) $\sqrt[3]{4x + 1} = 2$;
(d) $\sqrt[3]{2x + 5} = -3$; (e) $\sqrt[3]{x^2 - x - 4} = 2$; (f) $\sqrt[3]{4x^2 + 9x + 1} = x + 1$;
(g) $\sqrt[3]{x + 1} = 2x + 1$.

13. Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $(\sqrt[3]{x})^2 - 3\sqrt[3]{x} + 2 = 0$; (b) $x^3 - 3\sqrt[3]{x} + 2 = 0$;
(c) $\sqrt[4]{x} + 2\sqrt{x} - 1 = 0$; (d) $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$;
(e) $9x + 12\sqrt{x} - 5 = 0$; (f) $6x + 7\sqrt{x} + 2 = 0$;
(g) $x^3 - 6\sqrt[3]{x} + 5 = 0$; (h) $\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} - 6 = 0$;
(i) $9\sqrt[4]{x^3} - 8\sqrt{x^3} - 1 = 0$; (j) $x^{4/3} - 5x^{2/3} + 6 = 0$;
(k) $x^{1/3} + x^{1/6} - 2 = 0$; (l) $4(x + 1)^{1/2} - 5(x + 1)^{3/2} + (x + 1)^{5/2} = 0$;
(m) $x^{1/2} + 3x^{-1/2} = 10x^{-3/2}$.

14.  Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:

(a) $\sqrt{x+10} - \sqrt{x+3} = \sqrt{4x-23}$;

(b) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-7} = \sqrt{x+5} + \sqrt{x-10}$;

(c) $\frac{2}{x + \sqrt{2-x^2}} + \frac{2}{x - \sqrt{2-x^2}} = x$;

(d) $\sqrt{x^2+3x+6} - 3x = x^2 + 4$;

(e) $\sqrt[3]{x+49} - \sqrt[3]{x-49} = 2$;

(f) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$;

(g) $x^{1/2} - 3x^{1/3} = 3x^{1/6} - 9$.

15. A população de peixe de um certo lago é dada pela fórmula $P = 3t + 10\sqrt{t} + 140$, em que P é o número de peixes e t é o número de dias contados a partir de uma data inicial. Após quantos dias a partir da data inicial a população de peixe atingirá 500?

16. Se um segmento imaginário é desenhado ligando os centros da Terra e da Lua, então a força gravitacional F agindo sobre um objeto situado sobre este segmento e a uma distância x do centro da Terra é dada por

$$F = -\frac{K}{x^2} + \frac{0,012K}{(382,4 - x)^2},$$

em que $K > 0$ é uma constante e a distância x é medida em milhares de quilômetros. A que distância x da Terra está o ponto sobre o segmento no qual a força gravitacional é nula?

17. Um método para determinar a profundidade de um poço é largar uma pedra e medir o tempo que o som do impacto no fundo leva para ser ouvido. Se d é a profundidade do poço (em metros) e t_1 é o tempo de queda da pedra, então $d = 4,9t_1^2$ e, portanto, $t_1 = \sqrt{d}/2,21$ (aproximadamente). Se t_2 é o tempo que o som leva para viajar de volta, então $t_2 = d/340$, pois a velocidade do som no ar é 340 m/s . Com isso, o tempo total entre o largar da pedra e o momento que o som é ouvido é igual a

$$t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{d}}{2,21} + \frac{d}{340}.$$

Qual é a profundidade de um tanque em que o tempo total é de 3 s?

18. Uma aeronave voa de Nova Iorque para Los Angeles, cuja distância é 4200 km . Ao fazer o trajeto oposto (de Los Angeles para Nova Iorque), a velocidade da aeronave é 100 km/h mais rápida que o voo de ida. Se o tempo total de uma viagem de ida e volta é 13 h , qual é a velocidade da aeronave no trecho de ida?

19. Uma grande caixa (em formato de paralelepípedo reto) tem volume de 180 m^3 . Sabendo que a largura é 9 m maior que a altura e que a profundidade é 4 m menor que a altura, determine as dimensões da caixa.

20. Três esferas de ouro, com raios 2 mm , 3 mm e 4 mm foram derretidas e uma única esfera foi formada a partir delas. Qual é o raio da nova esfera?

21. Uma caixa com base quadrada e sem tampa é construída a partir de um pedaço quadrada de papelão cortando um quadrado de 4 cm em cada um dos quatro vértices e dobrando os lados. Qual deve ser o tamanho do lado do papelão para que a caixa construída possua volume de 100 cm^3 ?

22. Os televisores antigos possuem uma proporção largura:altura dada por 4:3, enquanto os televisores modernos possuem proporção 16:9. Em ambos os modelos, o número de polegadas do aparelho representa o comprimento da diagonal da tela. Um senhor possui um televisor modelo antigo com 32 polegadas e deseja trocar por um modelo moderno que tenha uma tela 20% maior (em área). Quantas polegadas deve ter o novo televisor? *Observação.* Uma polegada corresponde a $2,54 \text{ cm}$, mas essa informação não é necessária para resolver o problema.

Lista de exercícios parcialmente retirada e adaptada de

[1] G. Iezzi, C. Murakami – *Fundamentos de Matemática Elementar*. 7ª ed., Atual Editora, São Paulo, 2004.

[2] J. Stewart, L. Redlin, S. Watson – *Precalculus, Mathematics for Calculus*. 6ª ed., Brooks/Cole Cengage Learning, Belmont, 2014.