



MTM3100 - Pré-cálculo

9ª lista de exercícios (08/05/2017 a 19/05/2017)

1. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

- (a)  $(x^2 - x - 2)(-x^2 + 4x - 3) > 0$ ;      (b)  $(1 - 4x^2)(2x^2 + 3x) > 0$ ;  
(c)  $(2x^2 - 7x + 6)(2x^2 - 7x + 5)(3x - 1) \leq 0$ ;      (d)  $(x^2 + x - 6)^3(-x^2 - 2x + 3) \geq 0$ ;  
(e)  $(2x^2 - 9x - 5)^5(x^2 - 2x + 2)^3(3x - 4)^6(2 - x)^7 < 0$ .

2. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

- (a)  $\frac{4x^2 + x - 5}{2x^2 - 3x - 2} > 0$ ;      (b)  $\frac{-9x^2 + 9x - 2}{3x^2 + 7x + 2} \leq 0$ ;  
(c)  $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$ ;      (d)  $\frac{2 - 3x}{2x^2 + 3x - 2} < 0$ ;  
(e)  $\frac{x^2 + 3x - 16}{-x^2 + 7x - 10} \geq 1$ ;      (f)  $\frac{2x^2 + 4x + 5}{3x^2 + 7x + 2} < -2$ ;  
(g)  $\frac{6x^2 + 12x + 17}{-2x^2 + 7x - 5} \geq -1$ ;      (h)  $\frac{(x + 1)^3 - 1}{(x - 1)^3 + 1} > 1$ ;  
(i)  $\frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2} \geq 0$ ;      (j)  $\frac{x - 3}{x - 2} \leq x - 1$ ;  
(k)  $\frac{x}{x + 1} - \frac{x}{x - 1} \geq 0$ ;      (l)  $x + \frac{1}{x} \leq -2$ ;  
(m)  $\frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1} \geq \frac{1}{x + 1}$ .

3. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações simultâneas abaixo:

- (a)  $4 < x^2 - 12 \leq 4x$ ;      (b)  $x^2 + 1 \leq 2x^2 - 3 < -5x$ ;  
(c)  $0 \leq x^2 - 3x + 2 \leq 6$ ;      (d)  $4x^2 - 5x + 4 < 3x^2 - 6x + 6 < x^2 + 3x - 4$ .

4. Resolva em  $\mathbb{R}$  os sistemas de inequações abaixo:

- (a)  $\begin{cases} x^2 + x - 2 > 0 \\ 3x - x^2 \leq 0 \end{cases}$       (b)  $\begin{cases} 1 + 2x \geq 0 \\ -4x^2 + 8x < 3 \end{cases}$ .

5. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

- (a)  $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$ ;      (b)  $2x^3 - 6x^2 + x - 3 \leq 0$ ;  
(c)  $\frac{x}{x^3 - x^2 + x - 1} \geq 0$ .

6. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

(a)  $|x| > 2$ ;

(c)  $|x| < 0$ ;

(e)  $|3x - 2| < 4$ ;

(g)  $|4 - 3x| \leq 5$ ;

(i)  $|2x + 4| < -3$ ;

(k)  $1 < |x - 1| \leq 3$ ;

(m)  $|x^2 - x - 4| > 2$ ;

(o)  $\left| \frac{2x - 3}{3x - 1} \right| > 2$ ;

(b)  $|x| \leq 3$ ;

(d)  $|x| > -4$ ;

(f)  $|2x - 3| \leq 1$ ;

(h)  $|3x + 4| \leq 0$ ;

(j)  $|3x - 5| > 0$ ;

(l)  $|x^2 - 5x + 5| < 1$ ;

(n)  $|x^2 - 5x| \geq 6$ ;

(p)  $\left| \frac{x + 1}{2x - 1} \right| \leq 2$ .

7. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

(a)  $||x| - 2| > 1$ ;

(c)  $||2x - 1| - 4| \leq 3$ ;

(e)  $|2x + 1| + 4 - 3x > 0$ ;

(g)  $|x + 1| - x + 2 \geq 0$ ;

(i)  $|x^2 - 6x + 5| + 1 < x$ ;

(k)  $|x - 2| - |x - 3| > x$ ;

(m)  $|x - 2| - |x + 4| \leq 1 - x$ ;

(o)  $|x + 2| + |2x - 2| > x + 8$ ;

(b)  $||2x + 1| - 3| \geq 2$ ;

(d)  $|x - 1| - 3x + 7 \leq 0$ ;

(f)  $|3x - 2| + 2x - 3 \leq 0$ ;

(h)  $|x^2 - 4x| - 3x + 6 \leq 0$ ;

(j)  $|2x - 6| - |x| \leq 4 - x$ ;

(l)  $|3x + 2| - |2x - 1| > x + 1$ ;

(n)  $|x + 2| + |2x - 3| < 10$ ;

(p)  $|x - 2| - |x + 3| \leq x^2 - 4x + 3$ .

8. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

(a)  $\sqrt{3x - 2} < 2$ ;

(c)  $\sqrt{x^2 - 3x} < 2$ ;

(e)  $\sqrt{3x^2 - 5x + 2} \leq 2$ ;

(g)  $\sqrt{4 - 3x} \leq x$ ;

(i)  $\sqrt{2x + 9} < x - 3$ ;

(k)  $\sqrt{x + 1} < 3 - x$ ;

(m)  $\sqrt{x^2 - 3x + 3} < 2x + 1$ ;

(o)  $\sqrt{2x + 3} > 5$ ;

(q)  $\sqrt{4x - 3} > -2$ ;

(s)  $\sqrt{x^2 - 2x + 7} \geq 3$ ;

(u)  $\sqrt{6 - x} \geq x$ ;

(w)  $\sqrt{x^2 - 6x + 5} > x - 2$ .

(b)  $\sqrt{2x + 5} \leq 3$ ;

(d)  $\sqrt{x^2 - x - 2} < 2$ ;

(f)  $\sqrt{x^2 + x + 3} < 1$ ;

(h)  $\sqrt{x + 5} < x - 1$ ;

(j)  $\sqrt{2x + 5} \leq x + 1$ ;

(l)  $\sqrt{2x^2 - x - 6} \leq x$ ;

(n)  $\sqrt{3x - 5} \geq 2$ ;

(p)  $\sqrt{3x + 7} \geq 1$ ;

(r)  $\sqrt{4x^2 - 13x + 7} > 2$ ;

(t)  $\sqrt{3x - 2} > x$ ;

(v)  $\sqrt{6x^2 + x - 1} > 2x + 1$ ;

9. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

(a)  $\frac{\sqrt{5x+3}}{x} < \sqrt{2}$ ;

(b)  $\frac{\sqrt{x+2}}{x} \geq 1$ ;

(c)  $\sqrt{3x-2} \geq \sqrt{2x-3}$ ;

(d)  $\sqrt{5-x} < \sqrt{2x+7}$ ;

(e)  $\sqrt{2x^2-5x-3} \leq \sqrt{8x+1}$ ;

(f)  $\sqrt{x^2-7x+17} \geq \sqrt{8+2x-x^2}$ ;

(g)  $\sqrt{4-\sqrt{1-x}} > \sqrt{2-x}$ ;

(h)  $\sqrt{1-x} \leq \sqrt{\sqrt{5+x}}$ ;

(i)  $\sqrt{x+1} < 2 + \sqrt{x-4}$ ;

(j)  $\sqrt{x+5} < 1 + \sqrt{x-2}$ .

10. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

(a)  $\sqrt[3]{x^2+5x+5} \leq -1$ ;

(b)  $\sqrt[5]{2x-5} > 2$ ;

(c)  $\sqrt[3]{x^2-x+1} < \sqrt[3]{3x-2}$ .

11. Resolva em  $\mathbb{R}$  as inequações abaixo:

(a)  $x^4 - 10x^2 + 9 \leq 0$ ;

(b)  $x^4 - 3x^2 - 4 > 0$ ;

(c)  $x^4 - 8x^2 - 9 < 0$ ;

(d)  $x^6 - 7x^3 - 8 \geq 0$ ;

(e)  $(x^2-1)^2 - 6(x^2-1) + 5 < 0$ ;

(f)  $|x|^2 - |x| - 6 > 0$ ;

(g)  $x - 8\sqrt{x} - 9 \geq 0$ ;

(h)  $-x^{2/3} - 4x^{1/3} - 4 < 0$ .

12. Determine para que valores de  $x$  as expressões abaixo fazem sentido (em  $\mathbb{R}$ ):

(a)  $\sqrt{\frac{-x^2+1}{x^2-2x-15}}$ ;

(b)  $\sqrt{\frac{(x-3)(x^2+2x-8)}{x^2+4x+3}}$ ;

(c)  $\sqrt{\frac{-x^2+1}{x^2-2x-15}} - \sqrt{\frac{(x-3)(x^2+2x-8)}{x^2+4x+3}}$ .

13. Sejam  $Y$  e  $Z$  expressões algébricas em na variável  $x$  e considere os conjuntos  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid Y = Z\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid Y \neq Z\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid Y < Z\}$ ,  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid Y > Z\}$ ,  $E = \{x \in \mathbb{R} \mid Y \leq Z\}$  e  $F = \{x \in \mathbb{R} \mid Y \geq Z\}$ . Diga quais itens são verdadeiros ou falsos, corrigindo os itens falsos.

(a)  $A \cap B = \emptyset$ .

(b)  $C \cap D = \emptyset$ .

(c)  $E \cap F = \emptyset$ .

(d)  $C \cap F = \emptyset$ .

(e)  $A \subset C$ .

(f)  $A \subset F$ .

(g)  $D \subset F$ .

(h)  $E \subset F$ .

(i)  $F \subset B$ .

(j)  $D \subset B$ .

(k)  $A = E \cap F$ .

(l)  $A = E \cup F$ .

(m)  $B = C \cup D$ .

(n)  $B = E \cup D$ .

(o)  $\bar{A} = B$ .

(p)  $\bar{C} = E$ .

(q)  $\bar{E} = F$ .

(r)  $\bar{D} = E$ .

(s)  $A \cup B = \mathbb{R}$ .

(t)  $A \cup C \cup D = \mathbb{R}$ .

(u)  $F - A = D$ .

(v)  $C - A = E$ .

14. Em uma escola, a nota final é a média ponderada de três avaliações, sendo a primeira avaliação com peso 1, a segunda com peso 2 e a terceira com peso 3. Para ser aprovado, um aluno deve ter média maior ou igual a 7,0. Se um aluno teve notas 6,3 e 4,5 na primeira e segunda avaliações, respectivamente, qual deverá ser a sua nota na terceira avaliação para que seja aprovado?

15. Duas unidades de medida de temperatura são *graus Celsius* ( $^{\circ}C$ ) e *graus Fahrenheit* ( $^{\circ}F$ ). Sabe-se que  $0^{\circ}C = 32^{\circ}F$ ,  $100^{\circ}C = 212^{\circ}F$  e que a conversão é feita de forma linear.

(a) Qual é a faixa de temperatura em graus Fahrenheit que corresponde à faixa de  $20^{\circ}C$  a  $30^{\circ}C$ ?

(b) Qual é a faixa de temperatura em graus Celsius que corresponde à faixa de  $50^{\circ}F$  a  $95^{\circ}F$ ?

16. Uma empresa de telefonia móvel oferece dois planos mensais em suas linhas:

- Plano A. Mensalidade de R\$ 60,00 mais R\$ 0,05 para cada minuto utilizado;
- Plano B. Mensalidade de R\$ 25,00 mais R\$ 0,12 para cada minuto utilizado.

Descreva as situações em que cada plano é mais vantajoso de acordo com o número de minutos utilizados.

17. A força gravitacional  $F$  exercida pela Terra sobre um objeto de massa  $100\text{ kg}$  é dada por

$$F = \frac{4 \cdot 10^6}{d^2},$$

em que  $d$  é a distância (em  $km$ ) do objeto até o centro da Terra e a força  $F$  é medida em Newtons. Para quais distâncias a força gravitacional exercida sobre o objeto está entre  $4 \cdot 10^{-4}\text{ N}$  e  $10^{-2}\text{ N}$ ?

18. Nas proximidades de uma fogueira, a temperatura  $T$  medida em  $^{\circ}C$  a uma distância de  $x$  metros a partir do centro do fogo é dada por

$$T = \frac{600000}{x^2 + 300}.$$

Para quais distâncias a temperatura é menor ou igual a  $500^{\circ}C$ ?

19. A eficiência  $E$  de um dado automóvel, medida em  $km/l$ , é dada por  $E = 4,2 + 0,24v - 0,0017v^2$ , em que  $v$  é a velocidade do automóvel medida em  $km/h$  e a fórmula é válida para velocidades de  $15\text{ km/h}$  a  $120\text{ km/h}$ . Para que faixa de velocidade a eficiência do automóvel é maior ou igual a  $12,5\text{ km/l}$ ?

20. Se uma empresa vende  $x$  unidades de um certo produto, então a receita  $R$  e o custo  $C$  (em reais) são dados por  $R = 20x$  e  $C = 2000 + 8x + \frac{x^2}{400}$ . Sabendo que o lucro é a diferença entre a receita e o custo, determine quantas unidades a empresa deve vender para que seu lucro seja, no mínimo, R\$ 2400,00.

Lista de exercícios parcialmente retirada e adaptada de

[1] G. Iezzi, C. Murakami – *Fundamentos de Matemática Elementar*. 7ª ed., Atual Editora, São Paulo, 2004.

[2] J. Stewart, L. Redlin, S. Watson – *Precalculus, Mathematics for Calculus*. 6ª ed., Brooks/Cole Cengage Learning, Belmont, 2014.