

# Conjunto Gerador, dependência e independência linear de vetores

## Lista de Exercícios

1) Quais dos seguintes vetores são combinação linear de  $\mathbf{v}_1 = (5, -3, 1)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (0, 4, 3)$  e

$$\mathbf{v}_3 = (-10, 18, 7)?$$

a)  $(10, -2, 5)$

b)  $(10, 2, 8)$

c)  $(-2, -1, 1)$

d)  $(-1, 2, 3)$

2) Encontre o conjunto gerador,  $[S]$ , dos seguintes conjuntos de vetores em  $\mathbb{R}^3$ . Em cada caso interprete geometricamente.

a)  $S = \{(1, 1, 2), (1, 0, 0), (4, 6, 12)\}$

b)  $S = \{(1, -2, 3), (-2, 4, -6)\}$

c)  $S = \{(1, 1, 1), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (0, 0, 1)\}$

**Nota:** algumas referências utilizam  $\text{Span}\{S\}$  para denotar o conjunto gerador.

3) Os vetores  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  do exercício 1) são L.I. ou L.D.? Caso sejam L.D. escreva um deles como combinação linear dos outros.

4) Seja  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$  os sistemas cartesianos que você conhece. Em cada caso considere:

a) um, dois, três, quatro vetores quaisquer. Eles são LI ou LD? Interprete geometricamente.

b) um, dois, três, quatro vetores quaisquer. Eles são LI ou LD? Interprete geometricamente

c) O que pode concluir se tiver  $k (\geq 3)$  vetores quaisquer em  $\mathbb{R}^3$ ? E, em  $\mathbb{R}^2$ ?

5) Quais dos seguintes conjuntos de vetores são L.D.?

a)  $\{(1, 1, 2), (1, 0, 0), (4, 6, 12)\}$

b)  $\{(1, -2, 3), (-2, 4, -6)\}$

c)  $\{(1, 1, 1), (2, 3, 1), (3, 1, 2)\}$

d)  $\{(4, 2, -1), (6, 5, -5), (2, -1, 3)\}$

e)  $\{(1, 1, 1), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (0, 0, 1)\}$

f) Em cada caso encontre o conjunto gerador e relacione o resultado geométrico com o conceito de dependência e independência linear.

6) Para quais valores de  $\lambda$  o conjunto de vetores  $\{(3, 1, 0), (\lambda^2+2, 2, 0)\}$  é L.D.?

7) Suponha que  $\{v_1, v_2, v_3\}$  é um conjunto L.I. de vetores em  $\mathbb{R}^3$ . Responda se  $\{w_1, w_2, w_3\}$  é L.D. ou L.I. nos seguintes casos:

a)  $w_1 = v_1 + v_2, w_2 = v_1 + v_3, w_3 = v_2 + v_3$

b)  $w_1 = v_1, w_2 = v_1 + v_3, w_3 = v_1 + v_2 + v_3$

8) Suponha que  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  é um conjunto de vetores em  $\mathbb{R}^n$  linearmente independentes. Mostre que se  $A$  é uma matriz  $n \times m$  não singular, então  $\{Av_1, Av_2, \dots, Av_n\}$  também é um conjunto L.I.

9) Se os vetores não nulos de  $u, v, w$  são L.D., então  $w$  é uma combinação linear de  $u$  e  $v$ ?

Alguns dos exercícios foram escolhidos do livro Álgebra Linear com Geometria Analítica, Reginaldo dos Santos, Ed.UFMG, 2002, pág 140, 5.5.1 – 5.1.10.

Profª Sonia

MTM/UFSC