

1) Calcule a integral dupla, identificando-a com o volume de um sólido:

a)  $\int_R \sqrt{2} dA, R = \{(x, y) \mid 2 \leq x \leq 6, -1 \leq y \leq 5\}$

b)  $\int_R (4 - 2y) dA, R = [0, 1] \times [0, 1]$

2) Calcule a integral:

a)  $\int_1^4 \int_0^2 (6x^2y - 2x) dy dx$

b)  $\int_0^1 \int_{-1}^2 (x + e^{-y}) dx dy$

c)  $\int_{-3}^3 \int_0^{\pi/2} (y + y^2 \cos(x)) dx dy$

d)  $\int_1^4 \int_1^2 \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) dy dx$

e)  $\int_0^3 \int_0^{\pi/2} t^2 \sin^3 \phi d\phi dt$

f)  $\int_0^1 \int_0^1 v(u + v^2)^4 du dv$

3) Mais uma vez, calcule a integral:

a)  $\iint_R x \sec^2 y dA, R = [0, 2] \times [0, \pi/4]$

b)  $\iint_R \frac{x^2 y}{x^2 + 1} dA, R = [0, 1] \times [-3, 3]$

c)  $\iint_R x \sin(x + y) dA, R = [0, \pi/6] \times [0, \pi/3]$

d)  $\iint_R y e^{-xy} dA, R = [0, 2] \times [0, 3]$

4) Determine o volume do sólido que está sob o paraboloide elíptico  $x^2/4 + y^2/9 = 1$  e acima do retângulo  $[-1, 1] \times [-2, 2]$ .

5) Determine o volume do sólido limitado pela superfície  $z = 1 + x^2 y e^y$  e pelos planos  $z = 0, x = \pm 1, y = 0$  e  $y = 1$ .

6) Você já sabe: calcule a integral...

a)  $\int_0^5 \int_0^x (8x - 2y) dx dy$

b)  $\int_0^1 \int_0^y x e^{y^3} dx dy$

c)  $\int_0^1 \int_0^{s^2} \cos(s^3) dt ds$

7) Em cada item, integre a função  $f$  na região  $R$  descrita:

a)  $f(x, y) = 2y$ , em que  $R$  é a região limitada pela reta  $y = x$  e pela parábola  $y = 3x - x^2$ .

b)  $f(x, y) = xy$ , em que  $R$  é a região abaixo da parábola  $y = \sqrt{x}$ , acima da reta  $y = 0$  e acima da reta  $y = x - 2$ .

8) Calcule...

a)  $\iint_D x \cos(y) dA, D$  é a região limitada por  $y = 0, y = x^2, x = 1$

b)  $\iint_D y^2 dA, D$  é o triângulo de vértices  $(0, 1), (1, 2), (4, 1)$ .

c)  $\iint_D (2x - y) dA$ ,  $D$  é o círculo com centro na origem e raio 2.

9) Determine o volume dos sólidos a seguir:

a) Sob a superfície  $z = xy$  e acima do triângulo de vértices  $(1, 1)$ ,  $(4, 1)$ ,  $(1, 2)$ .

b) O tetraedro limitado pelos planos coordenados e pelo plano  $2x + y + z = 4$ .

c) Limitado pelos cilindros  $z = x^2$ ,  $y = x^2$  e pelos planos  $z = 0$ ,  $y = 4$ .

10) Inverta a ordem de integração, e então calcule:

a)  $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$

b)  $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \sqrt{y^3 + 1} dy dx$

c)  $\int_0^1 \int_{\arcsen(y)}^{\pi/2} \cos(x) \sqrt{1 + \cos^2 x} dx dy$

## Respostas

1)

a)  $24\sqrt{2}$

b) 3

2)

a) 222

b)  $5/2 - 1/e$

c) 18

d)  $15 \ln(2)/2 + 3 \ln(4)/2 + 21 \ln(2)/2$

e) 6

f)  $31/30$

3)

a) 2

b)  $9 \ln(2)$

c)  $(\sqrt{3} - 1)/2 - \pi/12$

d)  $1/(2e^6) + 5/2$

4)  $166/27$

5)  $8/3$

6)

a)  $868/3$

b)  $(e - 1)/6$

c)  $\sin(1)/3$

7)

a)  $56/15$

b) 6

8)

a)  $(1 - \cos(1))/2$

b)  $11/3$

c) 0

9)

a)  $31/8$

b)  $16/3$

c)  $128/15$

10)

a)  $(e^9 - 1)/6$

b)  $2(2\sqrt{2} - 1)/9$

c)  $(2\sqrt{2} - 1)/3$