Geometria Euclidiana — Lista 3

Nos exercícios a seguir assuma que são válidos os axiomas de incidência, ordem, e congruência.

1) Se $A * B * C$, $D * E * F$, $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$, prove que $\overline{BD} \equiv \overline{EF}$.

2) Prove que, em um triângulo cujos três ângulos internos são congruentes, os três lados também devem ser congruentes.

3) Seja $\mathbb{Q}^2$ o plano racional dos pontos (x, y) de coordenadas racionais com as interpretações usuais dos termos geométricos indefinidos usados em geometria analítica. Prove que o axioma de congruência Cong 1 e o princípio elementar de continuidade falham em $\mathbb{Q}^2$.

4) No plano euclidiano que nos é familiar, existe uma noção de comprimento de segmento. Vamos supor que o comprimento de qualquer segmento é aquele medido em centímetros, exceto pelos segmentos contidos em uma reta particular ℓ fixada, cujos comprimentos são medidos em polegadas. Mostre que o axioma LAL falha nesta interpretação.

Neste próximo exercício teremos mais axiomas na nossa caixa de ferramentas.

5) Na geometria euclidiana (isto é, há liberdade para usar todos os axiomas até o postulado das paralelas, inclusive), prove o seguinte teorema de Tales: se um ângulo $\angle ABC$ inscrito numa circunferência é tal que $\overline{AC}$ é um diâmetro da mesma, então $\angle ABC$ é reto. Assumindo que o teorema de Tales é verdadeiro, prove em *geometria neutra* que existe um triângulo retângulo com defeito zero.