

Probabilidade

Prof. Márcio

Aula 10 - Variáveis Aleatórias Unidimensionais (29/04/2006)

- Variáveis Aleatórias Contínuas. Função de Distribuição Acumulada.

Variável Aleatória Contínua: Se existir uma função f , chamada de função de densidade de probabilidade, que satisfaça:

$$\text{a) } f(x) \geq 0, \forall x; \text{ b) } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1; \text{ c) } P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx.$$

Exemplo 1: Escolher um ponto no intervalo $(0, 1)$.

Se $a < b < 0$ ou $1 < a < b$ então $P(a \leq X \leq b) = 0$.

Se $0 < a < b < 1$, então $P(a \leq X \leq b) = b - a$.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

Obs: $f(x) \geq 0$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^1 1dx = 1$.

Exemplo 2:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

Obs: $f(x) \geq 0$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^1 2xdx = 1 = x^2 \Big|_0^1 = 1$.

$$P(X \leq 1/2) = \int_0^{1/2} 2xdx = \frac{1}{4}.$$

$$P(X \leq 1/2 \mid 1/3 \leq X \leq 2/3) = \frac{P(1/3 \leq X \leq 1/2)}{P(1/3 \leq X \leq 2/3)} = \frac{5}{12}.$$

Função de Distribuição Acumulada: Seja X uma variável aleatória discreta ou contínua. Então a função de distribuição acumulada de X é definida por $F(x) = P(X \leq x)$.