

Probabilidade

Prof. Márcio

Aula 11 - Variáveis Aleatórias Unidimensionais (13/05/2006)

- Função de Distribuição Acumulada.

Função de Distribuição Acumulada: Seja X uma variável aleatória discreta ou contínua. Então a função de distribuição acumulada de X é definida por $F(x) = P(X \leq x)$.

Se X for discreta então $F(x) = \sum_j p(x_j)$, para todo j tal que $x_j \leq x$.

Se X for contínua, com fdp f , então $F(x) = \int_{-\infty}^x f(s)ds$.

Propriedades:

a) A função F é não-decrescente, isto é, se $x_1 \leq x_2$, então $F(x_1) \leq F(x_2)$.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$.

c) Se X for contínua, com fdp f , então $f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$.

d) Se X for discreta com valores possíveis $x_1 < x_2 < x_3 < \dots$, então $p(x_j) = P(X = x_j) = F(x_j) - F(x_{j-1})$.

Exemplos: 1) Se X toma os valores 0, 1 e 2 com probabilidades $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{2}$, respectivamente, então,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 1/3 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1/2 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases} .$$

2) Se X for contínua

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} , \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{se } x > 1 \end{cases} .$$