

Probabilidade

Prof. Márcio

Aula 12 - Variáveis Aleatórias Unidimensionais (20/05/2006)

- Funções de Variáveis Aleatórias.

Exemplos:

1) $y = H(x) = \pi x^2$.

Eventos equivalentes: $B = \{X > 2\}$ e $C = \{Y > 4\pi\}$ ($P(C) = P(B)$).

2) X : variável aleatória com fdp $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$.

$$y = H(x) = 2x + 1, \quad R_x = \{x|x > 0\}, R_y = \{y|y > 1\}.$$

$$P(Y \geq 5) = P(X \geq 2) = \int_2^{+\infty} e^{-x} dx = e^{-2}.$$

3) X toma os valores -1, 0 e 1 com probabilidades $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{6}$, respectivamente.

$$Y = 3X + 1 \text{ e } Z = X^2.$$

Y toma os valores -2, 1 e 4 com probabilidades $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{6}$, respectivamente e Z toma valores 0 e 1.

$$P(Z = 1) = P(X = 1 \cup X = -1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$P(Z = 0) = P(X = 0) = \frac{1}{2}.$$

4) X toma os valores $1, 2, \dots, n$. $P(X = k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k$.

$Y = 1$ se X for par. $Y = -1$ se X for ímpar.

$$P(Y = 1) = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots\right) = \frac{1}{3}.$$

$$P(Y = -1) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$