# Profa. Cristiane - 25/03/2006
# Aula 7 - Métodos de Otimização Irrestrita (continuação)

### 3.4.3 - Métodos Quase-Newton

### 3.4.3-(i) - Método de Newton-Modificado

Considere a solução iterativa para o problema (P) de minimização irrestrita, dada por

$$x_{k+1} = x_k - \lambda_k S_k \nabla f(x_k)$$

onde $S_k \in \Re^{nxn}$ é uma matriz simétrica e $\lambda_k$ é escolhido de forma a minimizar $f(x_{k+1})$.

OBS: Pode-se perceber que:

(i) Se $S_k$ é a inversa da Hessiana de $f(\cdot)$, então estamos no Método de Newton;
(ii) se $S_k$ é a matriz identidade, então estamos no Método do Gradiente.

*Idéia:* $S_k$ deve aproximar a inversa da Hessiana

(1) *Função objetivo quadrática*

No caso quadrático, tomando $f(x) = \frac{1}{2}x^t G x - b^t x$, com $G$ simétrica positiva definida, o algoritmo torna-se:

**ALG. 5:** Se $x_k \in \Re^n$ é tal que $\nabla f(x_k) \neq 0$, os passos para determinar $x_{k+1}$ são:

*Passo 1:* Fazer $x_{k+1} = x_k - \lambda_k S_k \nabla f(x_k)$, onde:

$$\nabla f(x_k) = G x_k - b$$

$$\lambda_k = \frac{\nabla^t f(x_k) S_k \nabla f(x_k)}{\nabla^t f(x_k) S_k G S_k \nabla f(x_k)}$$

**Teorema 1**: Seja $x^*$ o único mínimo de $f$ e defina $E(x) = \dfrac{1}{2}(x - x^*)^t G\ (x - x^*)$. Então para o algoritmo ALG.5, a cada passo $k$, tem-se

$$E(x_{k+1}) \leq \left( \frac{A_k - a_k}{A_k + a_k} \right)^2 E(x_k)$$

onde $A_k$ e $a_k$ são, respectivamente, o maior e o menor autovalores da matriz $S_k G$.

Este teorema apóia a noção intuitiva de aproximar $S_k$ de $G^{-1}$, de forma a fazer $a_k$ e $A_k$ próximos de 1, melhorando assim a convergência.

(2) *Função objetivo não quadrática*

Para os problemas não quadráticos $S_k \simeq \nabla^2 f(x_k)$.

### Exercício de Fixação:

1) Procurar e estudar detalhadamente outro método Quase-Newton famoso: o método de Davidon-Fletcher-Powell.